

*Большая переменная*

---

**Э. Н. Балаян**

# **МАТЕМАТИКА**

**Разбор заданий  
для подготовки к ЕГЭ  
с анализом типичных ошибок**

**10–11 классы**

**Базовый уровень**

- ▶ *Более 400 примеров с решениями*
- ▶ *Справочные материалы*

Ростов-на-Дону

 **еникс**  
2023

**УДК 373.167.1:51**

**ББК 22.1я72**

**КТК 444**

**Б20**

**Балаян Э. Н.**

**Б20** Математика. Разбор заданий для подготовки к ЕГЭ с анализом типичных ошибок : 10–11 классы : базовый уровень / Э. Н. Балаян. — Ростов н/Д : Феникс, 2023. — 188 с. — (Большая перемена).

**ISBN 978-5-222-39454-0**

Предлагаемое пособие содержит подробное решение всех заданий ЕГЭ базового уровня с анализом типичных ошибок, допускаемых школьниками и абитуриентами. Ошибки классифицированы, указаны их причины и приведены правильные решения.

Для удобства пользования пособием приводятся краткие справочные материалы по всему курсу математики 7–11 классов.

Пособие адресовано старшеклассникам и абитуриентам для эффективной подготовки и успешной сдачи экзамена, а также учителям математики, методистам, слушателям подготовительных отделений вузов и репетиторам.

**УДК 373.167.1:51**

**ББК 22.1я72**

**ISBN 978-5-222-39454-0**

© Балаян Э. Н., 2023

© Оформление ООО «Феникс», 2023

# Предисловие

---

Предлагаемое вниманию старшеклассников и абитуриентов пособие содержит подробное решение и обоснование всех без исключения заданий базового уровня.

Разобраны более 400 примеров и дан анализ типичных ошибок, допускаемых абитуриентами на экзамене, указаны причины таких ошибок и приведены правильные решения.

Книга состоит из четырех глав.

В главе 1 приводятся решения всех заданий, причем некоторые из них решены различными способами, чтобы выпускники и абитуриенты могли ознакомиться с сущностью рациональности решения.

В главе 2 рассмотрены типичные ошибки на ЕГЭ.

В заключительных главах 3 и 4 для удобства пользования книгой приводятся справочные материалы по всему курсу математики 7–11 классов.

# Структура КИМ ЕГЭ

---

За каждое из заданий экзаменуемый может получить 1 первичный балл.

Ответ указывается в виде целого числа или десятичной дроби.

Тематически программа экзамена охватывает все разделы математики (алгебры и геометрии) с 5 по 11 классы:

«Алгебра» — 10;

«Геометрия» — 5;

«Уравнения и неравенства» — 3;

«Функции» — 1;

«Комбинаторика, статистика, теория вероятностей» — 1;

«Математический анализ» — 1.

## *Оценивание*

| Оценка      | Баллы |
|-------------|-------|
| 2 (не сдан) | 0–6   |
| 3           | 7–11  |
| 4           | 12–16 |
| 5           | 17–21 |

# Глава 1

## РЕШЕНИЕ ВСЕХ ЗАДАНИЙ

---

### § 1. Задание 1. Вычисления

Предлагаются задания на вычисления и преобразования, проверяющие умение выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы.

#### 1.1. Обыкновенные дроби

**Пример 1.** Найти значение выражения

$$11 + \frac{2}{5} + \frac{3}{4}.$$

*Решение.*

И способ

Так как числа 5 и 4 — соседние, то НОЗ (наименьший общий знаменатель) равен их произведению, т. е.  $5 \cdot 4 = 20$ .

$$1) \frac{2^4}{5} + \frac{3^5}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3 \cdot 5}{20} = \frac{8 + 15}{20} = \frac{23}{20} = \frac{23 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{115}{100} = 1,15.$$

$$2) 11 + 1,15 = 11,00 + 1,15 = 12,15.$$

*Ответ:* 12,15.

II способ

Приводить дроби к НОЗ нет необходимости, так как в данном случае  $\frac{2}{5} = 0,4$  и  $\frac{3}{4} = 0,75$ , тогда получим  $11 + 0,4 + 0,75 = 11 + (0,40 + 0,75) = 11 + 1,15 = 12,15$ .

*Ответ:* 12,15.

**Пример 2.** Найти значение выражения  $\left(\frac{2}{3} - 3\frac{5}{12}\right) \cdot 24$ .

*Решение.*

Поскольку число 24 делится нацело на 3 и 12, то удобно применить распределительное свойство умножения:  $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ .

$$\text{Кроме того, } 3\frac{5}{12} = \frac{3 \cdot 12 + 5}{12} = \frac{41}{12}.$$

Следовательно,  $\left(\frac{2}{3} - 3\frac{5}{12}\right) \cdot 24 = \frac{2}{3} \cdot 24 - \frac{41}{12} \cdot 24 = 2 \cdot 8 - 41 \cdot 2 =$   
 $= 16 - 82 = -66.$

*Ответ:* -66.

**Пример 3.** Найти значение выражения

$$\frac{5}{12} : \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{9}\right).$$

*Решение.*

Сначала выполним действие в скобке.

Так как числа 4 и 9 взаимно простые, то НОЗ (4; 9) = 36, где НОЗ — наименьший общий знаменатель.

$$1) \frac{3^9}{4} - \frac{7^4}{9} = \frac{27-28}{36} = -\frac{1}{36};$$

$$2) \frac{5}{12} : \left(-\frac{1}{36}\right) = \frac{5}{12} \cdot \left(-\frac{36}{1}\right) = -\frac{5 \cdot 36}{12 \cdot 1} = -5 \cdot 3 = -15.$$

*Ответ:* -15.

**Пример 4.** Найти значение выражения

$$\frac{21}{\frac{1}{22} + \frac{1}{6}}.$$

*Решение.*

I способ

Чтобы быстро найти НОЗ (22; 6), делим 22 на 6. Как видим, нацело не делится, тогда удвоим больший из знаменателей, получим 44. Опять не делится. Наконец, если утроить число 22, получим 66, которое делится на 6.

Значит, НОЗ (22; 6) = 66.

$$1) \frac{1^3}{22} + \frac{1^{11}}{6} = \frac{3+11}{66} = \frac{14}{66} = \frac{7}{33};$$

$$2) 21 : \frac{7}{33} = \frac{21}{1} \cdot \frac{33}{7} = \frac{21 \cdot 33}{1 \cdot 7} = 3 \cdot 33 = 99.$$

*Ответ:* 99.

II способ

Применим основное свойство дроби: если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же число (не равное нулю), то получим равную дробь.

$$\text{Имеем } \frac{21}{\frac{1}{22} + \frac{1}{6}} = \frac{21 \cdot 22 \cdot 6}{22 + 6} = \frac{21 \cdot 22 \cdot 6}{28} = \frac{3 \cdot 22 \cdot 6}{4} = \frac{3 \cdot 11 \cdot 6}{2} = 3 \cdot 11 \cdot 3 = 99.$$

*Ответ:* 99.

*Замечание.* Преимущество II способа очевидно, особенно если знаменатели дробей — большие числа. При этом находить НОЗ нет необходимости.

**Пример 5.** Найти значение выражения  
 $(1999^2 - 24^2) : 2023.$

*Решение.*

Решать по действиям этот пример можно, но нецелесообразно, так как значительно проще его решить, применив формулу разности квадратов  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .

$$(1999^2 - 24^2) : 2023 = (1999 - 24)(1999 + 24) : 2023 = 1975 \cdot 2023 : 2023 = 1975 \cdot 1 = 1975.$$

*Ответ:* 1975.

## 1.2. Десятичные дроби

**Пример 6.** Найти значение выражения  
 $1,915 \cdot 999 + 1,915.$

*Решение.*

Вынесем за скобку общий множитель 1,915:

$$1,915 \cdot 999 + 1,915 = 1,915 \cdot (999 + 1) = 1,915 \cdot 1000 = 1915.$$

*Ответ:* 1915.

**Пример 7.** Найти значение выражения

$$\frac{19,5 + 7,7}{6,8}.$$

*Решение.*

$$1) 19,5 + 7,7 = 27,2; 2) 27,2 : 6,8 = 272 : 68 = 4.$$

*Ответ:* 4.

Часто на экзамене встречаются примеры, в которых содержатся как десятичные, так и обыкновенные дроби, вызывающие значительные затруднения. Если знаменатели всех дробей в условии можно представить в виде степеней двойки и пятерки или произведения таких степеней, то такие дроби целесообразно обратить в конечные десятичные (что и требуется на экзамене).

Если же хотя бы один из знаменателей дробей нельзя представить в виде степени двойки и пятерки или произведения таких степеней, то дроби необходимо обратить в обыкновенные.

Рассмотрим несколько примеров.

**Пример 8.** Обратить  $\frac{7}{40}$  в десятичную дробь.

*Решение.*

Чтобы быстро обратить указанную дробь в десятичную, достаточно числитель и знаменатель умножить на такое число, чтобы в знаменателе дроби получилось «круглое» число, т. е. единица с нулями. Этим числом является 25, так как  $40 \cdot 25 = 1000$ .

$$\text{Имеем } \frac{7}{40} = \frac{7 \cdot 25}{40 \cdot 25} = \frac{175}{1000} = 0,175.$$

*Ответ:* 0,175.

*Замечание.* Можно, конечно, выполнить деление столбиком, что также приводит к цели.

**Пример 9.** Найти значение выражения

$$\left( 6,75 + 3\frac{1}{4} - 7\frac{5}{28} \right) \cdot 5,6.$$

*Решение.*

Было бы заманчиво обратить все дроби в десятичные и быстро найти значение выражения, но, к сожалению, дробь  $\frac{5}{28}$  не обращается в десятичную, поскольку число 28 нельзя представить в виде степени двойки и пятерки или их произведений.

Но и обращать все дроби в смешанные числа нет необходимости, хотя это также выход из положения. Проще решить так.

Заметим, что  $3\frac{1}{4} = 3,25$ , тогда получим:

$$1) 6,75 + 3\frac{1}{4} = 6,75 + 3,25 = 10;$$

$$2) 10 - 7\frac{5}{28} = 9\frac{28}{28} - 7\frac{5}{28} = 2\frac{23}{28} = \frac{79}{28};$$

$$3) \frac{79}{28} \cdot 5,6 = \frac{79}{28} \cdot \frac{56}{10} = \frac{79 \cdot 56}{28 \cdot 10} = \frac{79 \cdot 2}{1 \cdot 10} = \frac{158}{10} = 15,8.$$

*Ответ:* 15,8.



**Пример 10.** Найти значение выражения

$$\frac{6,8 \cdot 0,04 \cdot 1,65 \cdot 12}{0,33 \cdot 5,1 \cdot 1,6}$$

*Решение.*

Самое простое (и быстрое) решение мы получим, если числитель и знаменатель дробного выражения умножить на 100 000 (чтобы числа обратились в целые). Имеем

$$\begin{aligned} \frac{6,8 \cdot 0,04 \cdot 1,65 \cdot 12}{0,33 \cdot 5,1 \cdot 1,6} &= \frac{(6,8 \cdot 10) \cdot (0,04 \cdot 100) \cdot (1,65 \cdot 100) \cdot 12}{10 \cdot (0,33 \cdot 100) \cdot (5,1 \cdot 10) \cdot (1,6 \cdot 10)} = \\ &= \frac{68 \cdot 4 \cdot 165 \cdot 12}{10 \cdot 33 \cdot 51 \cdot 16} = \frac{(17 \cdot 4) \cdot 4 \cdot (33 \cdot 5) \cdot 12}{10 \cdot 33 \cdot (17 \cdot 3) \cdot (4 \cdot 4)} = \frac{5 \cdot 4}{10} = 2. \end{aligned}$$

*Ответ:* 2.

## § 2. Задание 2. Простейшие текстовые задачи

### 2.1. Округление с недостатком

**Пример 1.** Шоколадка стоит 70 руб. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Какое наибольшее количество шоколадок можно получить, потратив не более 400 руб., в воскресенье?

*Решение.*

Чтобы получить наибольшее количество шоколадок, надо 400 разделить на 70:

$$\frac{400}{70} = \frac{40}{7} = 5\frac{5}{7}.$$

Значит, можно будет купить 5 шоколадок.

Так как, заплатив за две шоколадки, покупатель получает три, то всего он получит  $5 + 2 = 7$  шоколадок.

*Ответ:* 7.

**Пример 2.** Ананасы стоят 90 руб. за штуку. Какое максимальное число ананасов можно купить на 500 руб., если их цена снизится на 20 %?

*Решение.*

20 % =  $20 : 100 = 0,2$ , тогда  $90 \cdot 0,2 = 18$  руб. — снижение цены, следовательно, новая цена ананаса после снижения составит  $90 - 18 = 62$  руб.

На 500 руб. можно будет купить  $\frac{500}{62} = \frac{225}{31} = 7\frac{8}{31}$ , т. е. 7 целых.

*Ответ:* 7.

**Пример 3.** Блокнот стоит 50 руб. Какое наибольшее число блокнотов можно будет купить на 800 руб. после снижения цены на 10 % ?

*Решение.*

Поскольку  $10\% = 0,1$ , то  $50 \cdot 0,1 = 5$  руб., т. е. после снижения цены блокнот будет стоить  $50 - 5 = 45$  руб.

Тогда на 800 руб. можно будет купить  $\frac{800}{45} = \frac{160}{9} = 17\frac{7}{9}$ , т. е. 17 блокнотов.

*Ответ:* 17.

**Пример 4.** Розничная цена учебника 360 руб., она на 20 % выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 15 500 руб.?

*Решение.*

Розничная цена учебника составляет  $100\% + 20\% = 120\% = 1,2$ .

Значит, оптовая цена учебника будет  $360 : 1,2 = 3600 : 12 = 300$  руб.

Тогда по оптовой цене на 15 500 руб. можно будет купить

$\frac{15\ 500}{300} = \frac{155}{3} = 51\frac{2}{3}$ , т. е. 51 учебник.

*Ответ:* 51.

## 2.2. Округление с избытком

**Пример 5.** В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю расходуется 800 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?

*Решение.*

За 4 недели будет израсходовано  $800 \cdot 4 = 3200$  листов бумаги. Остается разделить 3200 на 500:

$$\frac{3200}{500} = \frac{32}{5} = \frac{64}{10} = 6,4.$$

Значит, нужно купить 7 пачек бумаги.

*Ответ:* 7.

**Пример 6.** В доме, в котором живет Света, один подъезд. На каждом этаже находится по 8 квартир. Света живет в квартире № 53. На каком этаже живет Света?

*Решение.*

Достаточно разделить 53 на 8:  $\frac{53}{8} = 6\frac{5}{8}$ .

Значит, Света живет на 7 этаже.

*Ответ:* 7.

**Пример 7.** Во время конференции ежедневно расходуется 80 пакетиков чая. Конференция длится 6 дней. Чай продается в пачках по 50 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?

*Решение.*

За 6 дней конференции расходуется  $80 \cdot 6 = 480$  пакетиков чая. Разделим 480 на 50:

$$\frac{480}{50} = \frac{48}{5} = 9,6.$$

Значит, нужно купить 10 пачек чая.

*Ответ:* 10.

## 2.3. Разные задачи

**Пример 8.** Среди 150 000 жителей города 70 % не интересуются футболом. Среди футбольных болельщиков 90 % смотрели по телевизору финальный матч чемпионата мира. Сколько жителей города смотрели этот матч?

*Решение.*

$$70 \% = 70 : 100 = 0,7; 90 \% = 0,9.$$

Тогда футболом не интересуются  $150\,000 \cdot 0,7 = 105\,000$  человек, а те, кто интересуется, составят  $150\,000 - 105\,000 = 45\,000$ .

Значит, смотрели финал  $45\,000 \cdot 0,9 = 40\,500$  человек.

*Ответ:* 40 500.

**Пример 9.** Пенсионер взял в банке кредит 120 000 руб. на год под 8 %. Он должен ежемесячно вносить в банк одинаковую сумму денег для погашения кредита с тем, чтобы через год выплатить всю сумму вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

*Решение.*

Так как  $8 \% = 8 : 100 = 0,08$ , то клиент через год должен выплатить всего  $120\,000 + 0,08 \cdot 120\,000 = 120\,000 \cdot (1 + 0,08) = 120\,000 \cdot 1,08 = 129\,600$  руб., а ежемесячно

$$129\,600 : 12 = 10\,800 \text{ руб.}$$

*Ответ:* 10 800.

**Пример 10.** Бегун пробежал 50 м за 6 секунд. Найти среднюю скорость бегуна. Ответ дать в км/ч.

*Решение.*

Средняя скорость бегуна  $\frac{50}{6} = \frac{25}{3}$  м/с. Переведем м/с в км/ч.

Так как  $1 \text{ м/с} = 60 \text{ м/мин} = 3600 \text{ м/ч} = 3,6 \text{ км/ч}$ , то  $\frac{25}{3} \text{ м/с} =$   
 $= \frac{25}{3} \cdot 3,6 = 25 \cdot 1,2 = 30 \text{ км/ч}$ .

*Ответ:* 30.

## § 3. Задание 3. Размеры и единицы измерения

### 3.1. Единицы измерения времени

**Пример 1.** Установить соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подобрать соответствующий элемент из второго столбца.

| <i>Величины</i>  | <i>Значения</i> |
|--|-----------------|
| А) длительность полнометражного художественного фильма | 1) 0,1 с        |
| Б) продолжительность вспышки фотоаппарата              | 2) 45 мин       |
| В) время одного оборота Сатурна вокруг Солнца          | 3) 10 759 сут.  |
| Г) продолжительность урока                             | 4) 120 мин      |

*Решение.*

Из предложенных величин самая меньшая — 0,1 с — продолжительность вспышки фотоаппарата, а самая большая — 10 759 сут. — время одного оборота Сатурна вокруг Солнца.

Продолжительность урока — 45 мин, а длительность полнометражного художественного фильма — 120 мин.

*Ответ:* 4132.

### 3.2. Единицы измерения длины

**Пример 2.** Установить соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подобрать соответствующий элемент из второго столбца.

| <i>Величины</i>               | <i>Значения</i> |
|-------------------------------|-----------------|
| А) высота жилого дома         | 1) 7 км         |
| Б) длина автобусного маршрута | 2) 0,2 мм       |
| В) рост ребенка               | 3) 30 м         |
| Г) толщина листа бумаги       | 4) 100 см       |

*Решение.*

Длина автобусного маршрута — 7 км, толщина листа бумаги — 0,2 мм, рост ребенка — 100 см, высота жилого дома — 30 м.

*Ответ:* 3142.

### 3.3. Единицы измерения массы

**Пример 3.** Установить соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подобрать соответствующий элемент из второго столбца.

| <i>Величины</i>                 | <i>Значения</i> |
|---------------------------------|-----------------|
| А) масса шариковой ручки        | 1) 2 т          |
| Б) масса холодильника           | 2) 35 кг        |
| В) масса новорожденного ребенка | 3) 30 г         |
| Г) масса троллейбуса            | 4) 3600 г       |

*Решение.*

Запишем по возрастанию массы: шариковая ручка, новорожденный ребенок, холодильник и троллейбус. Получим А — 3, В — 4, Б — 2, Г — 1.

*Ответ:* 3241.

### 3.4. Единицы измерения объема

**Пример 4.** Установить соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подобрать соответствующий элемент из второго столбца.

| <i>Величины</i>                 | <i>Значения</i>           |
|---------------------------------|---------------------------|
| А) объем ящика для овощей       | 1) 70 м <sup>3</sup>      |
| Б) объем комнаты                | 2) 78 200 км <sup>3</sup> |
| В) объем воды в Каспийском море | 3) 0,3 л                  |
| Г) объем банки майонеза         | 4) 40 л                   |

*Решение.*

Запишем по возрастанию объема: банка майонеза, ящик для овощей, комната, Каспийское море. Получим Г — 3, А — 4, Б — 1, В — 2.

*Ответ:* 4123.

### 3.5. Единицы измерения площади

**Пример 5.** Установить соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подобрать соответствующий элемент из второго столбца.

| <i>Величины</i>                   | <i>Значения</i>         |
|-----------------------------------|-------------------------|
| А) площадь поверхности комода     | 1) 1430 км <sup>2</sup> |
| Б) площадь баскетбольной площадки | 2) 300 мм <sup>2</sup>  |
| В) площадь Санкт-Петербурга       | 3) 400 м <sup>2</sup>   |
| Г) площадь одной стороны монеты   | 4) 0,5 м <sup>2</sup>   |

*Решение.*

Запишем по убыванию площади: В — 1, Б — 3, А — 4, Г — 2.

*Ответ:* 4312.

### 3.6. Различные единицы измерения

**Пример 6.** Установить соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подобрать соответствующий элемент из второго столбца.

| <i>Величины</i>                  | <i>Значения</i>       |
|----------------------------------|-----------------------|
| А) ширина футбольного поля       | 1) 70 м               |
| Б) масса взрослого кита          | 2) 120 м <sup>3</sup> |
| В) площадь волейбольной площадки | 3) 100 т              |
| Г) объем железнодорожного вагона | 4) 150 м <sup>2</sup> |

*Решение.*

Ширина футбольного поля — 70 м, масса взрослого кита — 100 т, площадь волейбольной площадки — 150 м<sup>2</sup>, объем железнодорожного вагона — 120 м<sup>3</sup>.

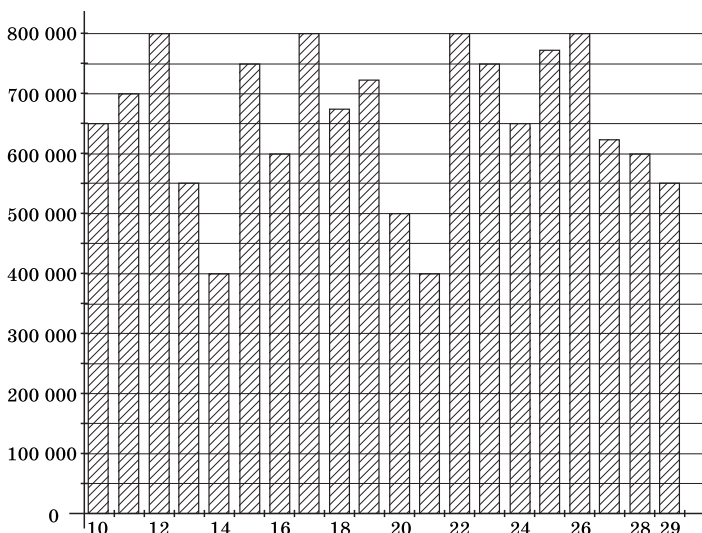
*Ответ:* 1342.

## § 4. Задание 4. Чтение графиков и диаграмм

Предлагаются задачи с диаграммами, графиками, таблицами данных из окружающего мира, нахождение по графику функции наибольшего и наименьшего значений, определение значения функции по значению аргумента при различных способах задания функции.

### Графическое представление данных. Анализ данных

**Пример 1.** На диаграмме показано количество посетителей сайта «РИА Новости» во все дни месяца с 10 по 29 ноября 2006 г. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определить по диаграмме, во сколько раз наибольшее количество посетителей больше, чем наименьшее количество посетителей за день.

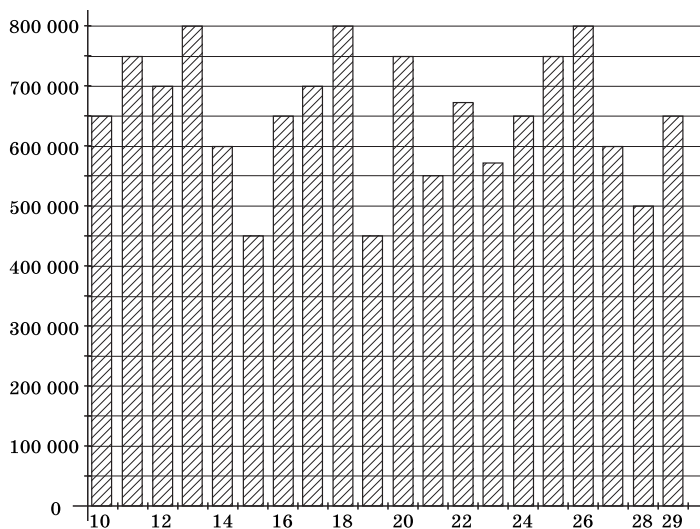


*Решение.*

Из диаграммы видно, что наибольшее количество посетителей больше, чем наименьшее количество посетителей за день, в 2 раза.

*Ответ:* 2.

**Пример 2.** На диаграмме показано количество посетителей сайта «РИА Новости» во все дни с 10 по 29 сентября 2010 г. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определить по диаграмме, какого числа количество посетителей сайта «РИА Новости» впервые приняло наибольшее значение.



*Решение.*

Из диаграммы видно, что за указанный период количество посетителей сайта «РИА Новости» впервые было наибольшим 13 сентября.

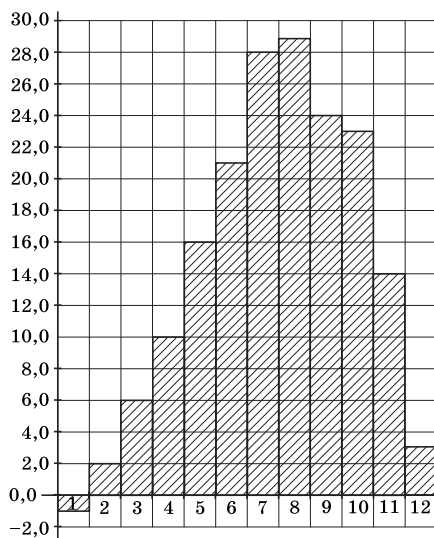
*Ответ:* 13.

**Пример 3.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Феодосии за каждый месяц 1982 г. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в °С. Определить по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 20 °С.

*Решение.*

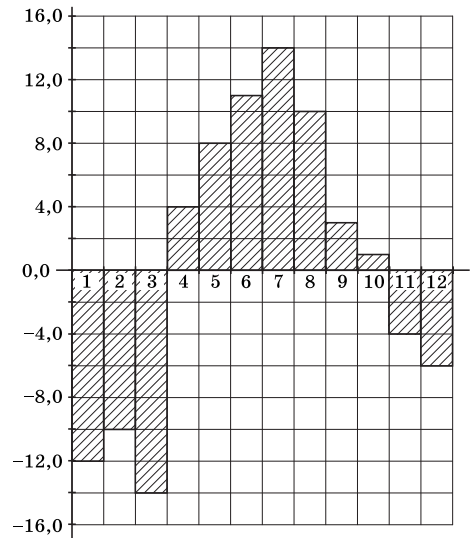
Выше 20 °С охватывают месяцы с 6-го по 10-й включительно. Всего 5 месяцев.

*Ответ:* 5.





**Пример 4.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Самаре за каждый месяц 1976 г. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в °С. Определить по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1976 г. Ответ дать в °С.



*Решение.*

Из диаграммы видно, что наибольшая и наименьшая среднемесячные температуры составляли 14 °С и -14 °С соответственно, тогда их разность составит  $14\text{ °С} - (-14\text{ °С}) = 28\text{ °С}$ .

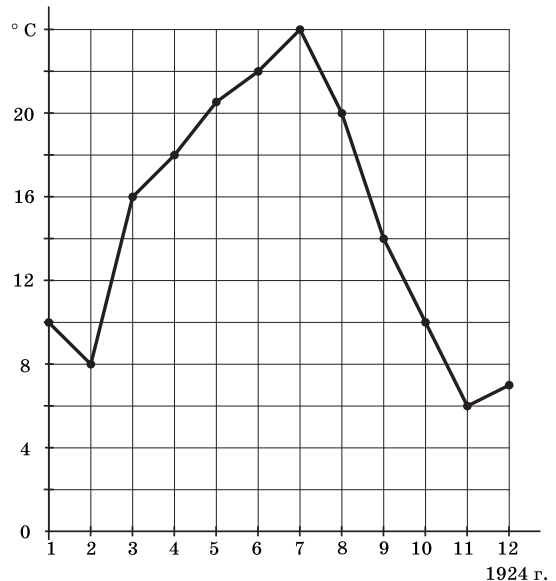
*Ответ:* 28.

**Пример 5.** На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Ростове-на-Дону за каждый месяц 1924 г. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определить наименьшую среднемесячную температуру в период с июня по декабрь 1924 г. Ответ дать в °С.

*Решение.*

Из рисунка видно, что наименьшая среднемесячная температура в период с июня по декабрь 1924 г. составляла 6 °С 11 декабря.

*Ответ:* 6.



## 22.5. Сокращение дробей

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же число (не равное 0), то получим равную ей дробь.

Это свойство называется *основным свойством дроби*.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a : t}{b : t}.$$

*Сократить дробь* — значит разделить числитель и знаменатель на их общий делитель, отличный от единицы.

**Пример.** Сократить дроби:  $\frac{24}{36}$ ;  $\frac{125}{75}$ ;  $\frac{200}{120}$ .

*Решение.*

$$\frac{24}{36} = \frac{2 \cdot 12}{2 \cdot 18} = \frac{12}{18} = \frac{2 \cdot 6}{2 \cdot 9} = \frac{6}{9} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{2}{3}.$$

Можно сократить короче:

$$\frac{24}{36} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 12} = \frac{2}{3};$$

$$\frac{125}{75} = \frac{5 \cdot 25}{5 \cdot 15} = \frac{25}{15} = \frac{5 \cdot 5}{5 \cdot 3} = \frac{5}{3}, \text{ или } \frac{125}{75} = \frac{5 \cdot 25}{3 \cdot 25} = \frac{5}{3};$$

$$\frac{200}{120} = \frac{20 \cdot 10}{12 \cdot 10} = \frac{20}{12} = \frac{2 \cdot 10}{2 \cdot 6} = \frac{10}{6} = \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 3} = \frac{5}{3}, \text{ или } \frac{200}{120} = \frac{40 \cdot 5}{40 \cdot 3} = \frac{5}{3}.$$

## 22.6. Сложение и вычитание смешанных чисел

**Пример 1.** Выполнить сложение:

а)  $4\frac{2}{3} + 5\frac{3}{4}$ ; б)  $3\frac{7}{18} + 1\frac{5}{24}$ ; в)  $8\frac{5}{9} + 7\frac{3}{4} + 11\frac{7}{12}$ .

*Решение.*

а) Так как числа 3 и 4 взаимно простые, то НОК (3; 4) = 3 · 4 = 12.

$$\text{Тогда получим } 4\frac{2^{\setminus 4}}{3} + 5\frac{3^{\setminus 3}}{4} = 4\frac{8}{12} + 5\frac{9}{12} = 9\frac{8+9}{12} = 9\frac{17}{12} = 10\frac{5}{12}.$$

б) Можно знаменатели дробей 18 и 24 разложить на простые множители, но мы найдем НОК (18; 24) иначе.

24 не делится нацело на 18, тогда удваиваем  $24 \cdot 2 = 48$ . Но 48 не делится на 18. А если число 24 утроить, то получим  $24 \cdot 3 = 72$  — делится на 18.

Значит, НОЗ (18; 24) = 72.

$$3\frac{7^{\setminus 4}}{18} + 1\frac{5^{\setminus 3}}{24} = 3\frac{28}{72} + 1\frac{15}{72} = 4\frac{28+15}{72} = 4\frac{43}{72}.$$

в) Число 12 делится на 4, но не делится на 9. А если 12 утроить, то получим  $12 \cdot 3 = 36$ . Число 36 делится нацело на 9, 4 и 12.

Значит, НОЗ (9; 4; 12) = 36.

$$8 \frac{5^{\setminus 4}}{9} + 7 \frac{3^{\setminus 9}}{4} + 11 \frac{7^{\setminus 3}}{12} = 8 \frac{20}{36} + 7 \frac{27}{36} + 11 \frac{21}{36} = 26 \frac{20+27+21}{36} = 26 \frac{68}{36} =$$

$$= 26 \frac{4 \cdot 17}{4 \cdot 9} = 26 \frac{17}{9} = 27 \frac{8}{9}.$$

Ответ: а)  $10 \frac{5}{12}$ ; б)  $4 \frac{43}{72}$ ; в)  $27 \frac{8}{9}$ .

**Пример 2.** Выполнить вычитание:

а)  $7 \frac{5}{9} - 3 \frac{5}{6}$ ; б)  $6 \frac{9}{10} - 4 \frac{2}{5}$ ; в)  $8 \frac{4}{7} - 5 \frac{5}{8}$ .

*Решение.*

а) 9 не делится нацело на 6, а если 9 удвоить, то получим  $9 \cdot 2 = 18$  — делится на 6. Значит, НОЗ (9; 6) = 18.

$$7 \frac{5^{\setminus 2}}{9} - 3 \frac{5^{\setminus 3}}{6} = 7 \frac{10}{18} - 3 \frac{15}{18}.$$

«Занимаем» единицу в уменьшаемом:

$$7 \frac{10}{18} = (6+1) + \frac{10}{18} = 6 + \left(1 + \frac{10}{18}\right) = 6 + \left(\frac{18}{18} + \frac{10}{18}\right) = 6 + \frac{28}{18} = 6 \frac{28}{18}.$$

$$\text{Тогда получим } 7 \frac{10}{18} - 3 \frac{15}{18} = 6 \frac{28}{18} - 3 \frac{15}{18} = 3 \frac{28-15}{18} = 3 \frac{13}{18}.$$

Этот пример можно решить иначе:

$$7 \frac{5}{9} - 3 \frac{5}{6} = \frac{68^{\setminus 2}}{9} - \frac{23^{\setminus 3}}{6} = \frac{136-69}{18} = \frac{67}{18} = 3 \frac{13}{18}.$$

Получим более короткое решение.

Применять этот способ целесообразно для небольших чисел.

б) Так как 10 делится нацело на 5, то НОК (10; 5) = НОЗ (10; 5) = 10.

$$6 \frac{9^{\setminus 1}}{10} - 4 \frac{2^{\setminus 2}}{5} = 6 \frac{9}{10} - 4 \frac{4}{10} = 2 \frac{9-4}{10} = 2 \frac{5}{10} = 2 \frac{1}{2}.$$

в) 8 и 7 — взаимно простые (последовательные, соседние), тогда НОК (7; 8) =  $7 \cdot 8 = 56$ .

$$8 \frac{4^{\setminus 8}}{7} - 5 \frac{5^{\setminus 7}}{8} = 8 \frac{32}{56} - 5 \frac{35}{56} = 7 + \left(1 + \frac{32}{56}\right) - 5 \frac{35}{56} = 7 + 1 \frac{32}{56} - 5 \frac{35}{56} =$$

$$= 7 + \frac{88}{56} - 5 \frac{35}{56} = 7 \frac{88}{56} - 5 \frac{35}{56} = 2 \frac{53}{56}.$$

Этот пример также решим вторым способом:

$$8 \frac{4}{7} - 5 \frac{5}{8} = \frac{60^{\setminus 8}}{7} - \frac{45^{\setminus 7}}{8} = \frac{480-315}{56} = \frac{165}{56} = 2 \frac{53}{56}.$$

Этот способ значительно короче, чем и пользуются, как правило, старшеклассники.

Ответ: а)  $3\frac{13}{18}$ ; б)  $2\frac{1}{2}$ ; в)  $2\frac{53}{56}$ .

**Пример 3.** Выполнить вычитание:

а)  $1-\frac{7}{8}$ ; б)  $8-\frac{5}{12}$ ; в)  $6\frac{3}{11}-2$ ; г)  $9-2\frac{3}{8}$ ; д)  $12\frac{7}{15}-\frac{3}{20}$ ; е)  $15\frac{3}{8}-13\frac{5}{6}$ .

Решение.

а) Так как  $1=\frac{8}{8}$ , то получим  $1-\frac{7}{8}=\frac{8}{8}-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$ .

б) Число 8 запишем в виде  $8=7+1=7+\frac{12}{12}$ , тогда

$$8-\frac{5}{12}=7+\left(\frac{12}{12}-\frac{5}{12}\right)=7+\frac{7}{12}=7\frac{7}{12}.$$

в)  $6\frac{3}{11}-2=6+\frac{3}{11}-2=(6-2)+\frac{3}{11}=4+\frac{3}{11}=4\frac{3}{11}$ .

Более коротко имеем  $6\frac{3}{11}-2=4\frac{3}{11}$ .

г)  $9-2\frac{3}{8}=(8+1)-2\frac{3}{8}=\left(8+\frac{8}{8}\right)-2\frac{3}{8}=8\frac{8}{8}-2\frac{3}{8}=6\frac{5}{8}$ .

д) НОК (15; 20) = 60, тогда получим

$$12\frac{7^4}{15}-\frac{3^3}{20}=12\frac{28}{60}-\frac{9}{60}=12\frac{28-9}{60}=12\frac{19}{60}.$$

е)  $15\frac{3^3}{8}-13\frac{5^4}{6}=2\frac{9-20}{24}=1\frac{(24+9)-20}{24}=1\frac{33-20}{24}=1\frac{13}{24}$ .

Решим иначе:  $15\frac{3}{8}-13\frac{5}{6}=\frac{123^3}{8}-\frac{83^4}{6}=\frac{369-332}{24}=\frac{37}{24}=1\frac{13}{24}$ .

Ответ: а)  $\frac{1}{8}$ ; б)  $7\frac{7}{12}$ ; в)  $4\frac{3}{11}$ ; г)  $6\frac{5}{8}$ ; д)  $12\frac{19}{60}$ ; е)  $1\frac{13}{24}$ .

## 22.7. Нахождение значения выражений, содержащих степени

**Пример 1.** Вычислить:  $9^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{2}} \neq 9^4$ .

Правильное решение:

$$9^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 9^1 = 9.$$

При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание остается прежним, а показатели складываются.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

**Пример 2.** Вычислить  $64^{\frac{1}{3}} \neq 64^3$ .

*Правильное решение:*

$$64^{\frac{1}{3}} = (4^3)^{\frac{1}{3}} = 4^{-1} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

**Пример 3.** Вычислить  $12 \cdot 3^{-1} \neq (12 \cdot 3)^{-1} \neq 36^{-1} \neq \frac{1}{36}$ .

*Правильное решение:*

$$12 \cdot 3^{-1} = 12 \cdot \frac{1}{3} = 4.$$

**Пример 4.** Найти значение выражения

$$(6^{-1} + 7^{-1})^{-2} \neq (6^{-1})^{-2} + (7^{-1})^{-2}.$$

*Правильное решение:*

$$(6^{-1} + 7^{-1})^{-2} = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7+6}{42}\right)^{-2} = \left(\frac{13}{42}\right)^{-2} = \left(\frac{42}{13}\right)^2 = \frac{1764}{169} = 10\frac{74}{169}.$$

### Свойства степеней

Для любых  $x, y$  и  $a > 0, b > 0$  верны равенства:

1.  $a^0 = 1$ .

2.  $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ .

3.  $a^x : a^y = a^{x-y}$ .

4.  $(a^x)^y = a^{xy}$ .

5.  $(ab)^x = a^x b^x$ .

6.  $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$ .

7.  $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ .

8.  $a^{-1} = \frac{1}{a}$ .

## 22.8. Нахождение значения выражений, содержащих корни

**Пример 1.** Вычислить  $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{9}$ .

$\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{9} \neq \sqrt[8]{27}$ , так как при умножении корней с разными показателями надо привести их к одинаковому показателю.

*Правильное решение:*

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{9} &= \sqrt[3]{3^5} \cdot \sqrt[5]{9^3} = \sqrt[15]{3^5} \cdot \sqrt[15]{9^3} = \sqrt[15]{3^5 \cdot 9^3} = \sqrt[15]{3^5 \cdot 3^6} = \sqrt[15]{3^{11}} \\ &= \sqrt[15]{3^{5+6}} = \sqrt[15]{3^{11}}. \end{aligned}$$

# СОДЕРЖАНИЕ

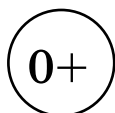
|  |          |
|--|----------|
| Предисловие .....  | 3        |
| Структура КИМ ЕГЭ.....   | 4        |
| <b>Глава 1. Решение всех заданий</b> .....                         | <b>5</b> |
| § 1. Задание 1. Вычисления .....                                   | 5        |
| 1.1. Обыкновенные дроби .....                                      | 5        |
| 1.2. Десятичные дроби .....  | 7        |
| § 2. Задание 2. Простейшие текстовые задачи .....                  | 9        |
| 2.1. Округление с недостатком .....                                | 9        |
| 2.2. Округление с избытком.....                                    | 10       |
| 2.3. Разные задачи .....   | 11       |
| § 3. Задание 3. Размеры и единицы измерения.....                   | 12       |
| 3.1. Единицы измерения времени.....                                | 12       |
| 3.2. Единицы измерения длины .....                                 | 13       |
| 3.3. Единицы измерения массы.....                                  | 13       |
| 3.4. Единицы измерения объема.....                                 | 13       |
| 3.5. Единицы измерения площади.....                                | 14       |
| 3.6. Различные единицы измерения .....                             | 14       |
| § 4. Задание 4. Чтение графиков и диаграмм .....                   | 15       |
| Графическое представление данных. Анализ данных .....              | 15       |
| § 5. Задание 5. Задачи на квадратной решетке .....                 | 21       |
| 5.1. План местности.....   | 21       |
| 5.2. Трапеция .....  | 22       |
| 5.3. Треугольник .....   | 23       |
| 5.4. Произвольный четырехугольник.....                             | 25       |
| § 6. Задание 6. Простейшие текстовые задачи .....                  | 26       |
| Задачи на проценты, рациональные числа.....                        | 26       |
| § 7. Задание 7. Вычисления и преобразования .....                  | 29       |
| 7.1. Действия со степенями .....                                   | 29       |
| 7.2. Преобразования числовых иррациональных выражений ...          | 32       |
| 7.3. Преобразования числовых логарифмических выражений ...         | 33       |
| 7.4. Вычисление значений тригонометрических выражений ....         | 34       |
| 7.5. Преобразования числовых тригонометрических<br>выражений ..... | 36       |
| § 8. Задание 8. Преобразования выражений.....                      | 37       |
| Действия с формулами.....  | 37       |
| § 9. Задание 9. Простейшие уравнения.....                          | 39       |
| 9.1. Линейные, квадратные уравнения.....                           | 39       |
| 9.2. Иррациональные уравнения .....                                | 41       |
| 9.3. Показательные уравнения.....                                  | 42       |
| 9.4. Логарифмические уравнения .....                               | 43       |

|  |     |
|--|-----|
| § 10. Задание 10. Прикладная геометрия.....              | 44  |
| Многоугольники .....                                     | 44  |
| § 11. Задание 11. Начала теории вероятностей .....       | 45  |
| 11.1. Классическое определение вероятности .....         | 45  |
| 11.2. Теоремы о вероятностях событий.....                | 47  |
| § 12. Задание 12. Выбор оптимального варианта .....      | 48  |
| 12.1. Подбор комплекта или комбинации .....              | 48  |
| 12.2. Выбор варианта из трех возможных.....              | 49  |
| 12.3. Выбор варианта из четырех возможных .....          | 50  |
| § 13. Задание 13. Стереометрия.....                      | 52  |
| 13.1. Элементы куба .....                                | 52  |
| 13.2. Элементы прямоугольного параллелепипеда .....      | 53  |
| 13.3. Призма .....                                       | 54  |
| 13.4. Пирамида .....                                     | 56  |
| 13.5. Площадь поверхности составного многогранника ..... | 58  |
| 13.6. Объем многогранника .....                          | 59  |
| 13.7. Круглые тела .....                                 | 61  |
| § 14. Задание 14. Анализ графиков и диаграмм.....        | 70  |
| Скорость изменения величин .....                         | 70  |
| § 15. Задание 15. Планиметрия .....                      | 75  |
| 15.1. Треугольники и их элементы .....                   | 75  |
| 15.2. Четырехугольники .....                             | 79  |
| 15.3. Окружность .....                                   | 81  |
| § 16. Задание 16. Стереометрия.....                      | 85  |
| 16.1. Параллелепипед .....                               | 85  |
| 16.2. Призма .....                                       | 87  |
| 16.3. Пирамида .....                                     | 88  |
| 16.4. Цилиндр .....                                      | 91  |
| 16.5. Конус.....   | 92  |
| 16.6. Шар.....   | 94  |
| § 17. Задание 17. Неравенства.....                       | 96  |
| 17.1. Решение неравенств.....                            | 96  |
| 17.2. Числовые промежутки .....                          | 99  |
| § 18. Задание 18. Анализ утверждения .....               | 102 |
| § 19. Задание 19. Числа и их свойства.....               | 105 |
| Цифровая запись числа .....                              | 105 |
| § 20. Задание 20. Текстовые задачи .....                 | 108 |
| 20.1. Задачи на проценты .....                           | 108 |
| 20.2. Задачи на числовые зависимости .....               | 113 |
| 20.3. Задачи на движение.....                            | 115 |
| 20.4. Задачи на совместную работу .....                  | 118 |
| 20.5. Задачи на сплавы и смеси .....                     | 120 |

|   |            |
|---|------------|
| 20.6. Задачи на прогрессии .....  | 122        |
| § 21. Задание 21. Задачи на смекалку .....  | 123        |
| <b>Глава 2. Анализ типичных ошибок школьников и абитуриентов</b>                            |            |
| <b>при сдаче ЕГЭ.....</b>   | <b>127</b> |
| § 22. Вычислительные ошибки.....  | 127        |
| 22.1. Действия с обыкновенными и десятичными дробями ...                                    | 127        |
| <i>Справочные материалы</i> .....   | 128        |
| 22.2. Сравнение десятичных дробей.....  | 129        |
| 22.3. Приближенные значения чисел. Округление чисел.....                                    | 130        |
| 22.4. Умножение и деление десятичных дробей.....  | 130        |
| 22.5. Сокращение дробей.....  | 133        |
| 22.6. Сложение и вычитание смешанных чисел.....   | 133        |
| 22.7. Нахождение значения выражений, содержащих<br>степени .....                            | 135        |
| 22.8. Нахождение значения выражений, содержащих<br>корни .....                              | 136        |
| 22.9. Вычисления логарифмов .....   | 138        |
| 22.10. Вычисления, связанные с тригонометрическими<br>функциями.....                        | 140        |
| § 23. Ошибки в тождественных преобразованиях .....  | 143        |
| 23.1. Действия с многочленами .....   | 143        |
| 23.2. Действия с алгебраическими дробями .....  | 144        |
| 23.3. Преобразования выражений, содержащих корни<br>и степени с дробными показателями ..... | 145        |
| § 24. Ошибки при решении различных типов уравнений .....                                    | 146        |
| § 25. Ошибки при решении неравенств.....  | 151        |
| § 26. Ошибки при исследовании функций, их свойств<br>и построении графиков .....            | 155        |
| <b>Глава 3. Краткие справочные материалы по алгебре</b>                                     |            |
| <b>и началам анализа .....</b>  | <b>159</b> |
| <b>Глава 4. Краткие справочные материалы по геометрии.....</b>                              | <b>170</b> |
| <b>Условные обозначения .....</b>   | <b>182</b> |
| <b>Таблицы .....</b>  | <b>183</b> |
| <b>Литература .....</b>   | <b>185</b> |



**ЕАС**



*Учебное издание*

**Балаян Эдуард Николаевич**

# **МАТЕМАТИКА**

**РАЗБОР ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ  
С АНАЛИЗОМ ТИПИЧНЫХ ОШИБОК**

**10–11 классы**

**Базовый уровень**

Ответственный редактор *С. Осташов*

Формат 70 × 100/16. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Тираж 4000 экз.

Заказ №

Издатель и Изготовитель: ООО «Феникс»

Юр. и факт. адрес: 344011, Россия, Ростовская обл.,

г. Ростов-на-Дону, ул. Варфоломеева, 150.

Тел./факс: (863) 261-89-50, 261-89-59.

Изготовлено в России. Дата изготовления: 07.2023.

Срок годности не ограничен

Отпечатано в ООО «Принт-М»

142300, Россия, Московская обл., г. Чехов, ул. Полиграфистов 1 /

Корпус Производственный Б, помещение 279, этаж 4.