Серия
«ЕГЭ. Высший балл»

Анна Малкова

МАТЕМАТИКА
ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ
12 МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ

Ростов-на-Дону
ФЕНИКС
2024

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72
КТК 444
М19

Малкова, Анна

М19 Математика. Задачи с параметрами : 12 методов решения / Анна Малкова. — Ростов н/Д : Феникс, 2024. — 388, [2] с. : ил. — (ЕГЭ. Высший балл).

ISBN 978-5-222-40511-6

Вы держите в руках невероятно полезное пособие, посвященное одной из самых сложных тем на ЕГЭ по математике — задачам с параметрами. На его страницах подробно рассмотрены 12 методов, с помощью которых решается любая задача с параметром из вариантов ЕГЭ и олимпиад по математике. В книге дана необходимая теория и более 110 задач с подробным решением и оформлением. Сложные темы рассказаны с нуля, максимально простым и понятным языком.

Оказывается, что решение задачи с параметрами можно собрать, как из конструктора, из готовых элементов. Вы научитесь это делать. Увидите, какое это увлекательное занятие, сродни разгадыванию головоломок. Узнаете, как правильно выбрать путь и как оформить решение, чтобы получить за задачу с параметром максимальный балл. Автор книги — Анна Малкова, репетитор с огромным опытом подготовки к ЕГЭ по математике. Пособие будет полезно как старшеклассникам, так и репетиторам по математике.

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72

ISBN 978-5-222-40511-6

СОДЕРЖАНИЕ

ОТ АВТОРА

Приветствую вас, дорогие читатели. Знаю, что вы открываете книгу — и хотите, не теряя времени, увидеть главное. Секретные ключи, чтобы задачи с параметрами легко решались.

Вот вам сразу два секрета:

1. Если в задаче с параметром можно сделать замену переменной — сделайте замену переменной.

2. Если можете решить графически — решайте графически. Можете нарисовать — нарисуйте.

Таких «ключей» в книге много. Я расскажу про 12 методов решения задач с параметрами. Покажу полное оформление, как на экзамене. Надеюсь, что вы полюбите эти задачи так же, как люблю их я.

Задачи с параметрами — лучшее, что есть в школьной математике. Здесь сходятся все дороги. В них соединяются алгебра, геометрия, умение красиво строить графики и записывать доказательства грамотным литературным языком. И всему этому мы научимся!

Я буду вашим проводником. Покажу дорогу, расскажу вдохновляющие истории. Научу не бояться сложных задач.

Первая часть книги — подготовительная. Мы повторим необходимую алгебру и основы логики. А в главе об уравнениях определим, что же такое параметр.

Во второй части будем строить графики функций и уравнений, а также изучим преобразования графиков.

В третьей части книги освоим графические методы решения «параметров». В четвертой — аналитические.

В пятой части разбираем задания с параметрами повышенной сложности и решаем их разными способами.

Для того чтобы научиться решать задачи с параметрами, надо разобрать их и решить не менее 50. Мы сделаем больше. В этой книге — более 110 задач на все 12 методов. Для каждой приведено подробное решение, а также дается объяснение, почему мы применяем тот или иной способ.

Каждый год Банк заданий ФИПИ пополняется новыми задачами с параметрами. Наведите камеру телефона на QR-код и смотрите видеоразбор актуальных задач с параметрами.

ЧАСТЬ 1.
ПОЛЕЗНАЯ АЛГЕБРА

Задачи с параметрами — это вершина школьной математики. И такую вершину не одолеть без подготовки. Так же, как невозможно без подготовки подняться на Эверест и даже на Эльбрус. В домашних тапочках туда не пойдешь.

Нужно снаряжение. Нужна тренировка. Поэтому мы не станем начинать с экзаменационных задач. Сначала отработаем технику.

Вот что мы будем делать в первой, подготовительной части этой книги.

— Потренируемся видеть и выделять в математических выражениях полные квадраты. Об этом вам рассказывали в 7-м классе, но не сказали, зачем они нужны.

— Посмотрим, как раскладывать алгебраические выражения на множители. Этим вы тоже занимались в 7-м классе, изнывая от скуки и не понимая зачем. А вот зачем: чтобы в 11-м классе применять в задачах с параметрами.

— Познакомимся с полезным приемом — выделением целой части. Прием пригодится в работе с неравенствами и в построении графиков функций.

— Поговорим о логике. О том, что такое система и совокупность условий. А также — что означают символы «следовательно» и «равносильно». Это не сложно! Изучим логику на примере котиков, хомяков и черепах!

— Повторим уравнения и неравенства различных типов — линейные и квадратичные, показательные и логарифмические, иррациональные, степенные, тригонометрические, а также уравнения и неравенства с модулем. Чуть позже, в главе о функциях и графиках, вы прочитаете, почему они решаются именно так.

Мы будем учиться оформлять решение уравнения (неравенства) в виде цепочки равносильных переходов. Конечно, с простыми уравнениями и неравенствами можно справиться и без этого. Но мы же не собираемся ограничиваться примитивными задачами?

— Вспомним, как решаются неравенства разных типов.

— Убедимся, что замена переменной — мощный прием, упрощающий решение. Посмотрим, какие способы существуют для уравнений третьей и четвертой степени.

Мы не будем повторять весь курс школьной алгебры с нуля. Обратим внимание на те моменты, которые недостаточно объясняются в школьной программе.

Вперед, в путь!

ГЛАВА 1.
Преобразования алгебраических выражений

Применяем формулы сокращенного умножения

Начнем с хорошо известных вам формул.

Разность квадратов	$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
Квадрат суммы	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Квадрат разности	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Куб суммы	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
Куб разности	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
Сумма кубов	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
Разность кубов	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Для чего они нужны?

Один из ответов: чтобы быстро считать.

1.1. Вычислим значение выражения: $\sqrt{45^4 - 1944^2}$.

Не будем возводить четырехзначные числа в квадрат. Можно сделать проще.

$$\sqrt{45^4 - 1944^2} = \sqrt{2025^2 - 1944^2} = \sqrt{(2025 - 1944)(2025 + 1944)} = \sqrt{81 \cdot 3969} = 9 \cdot 63 = 567.$$

Ответ: 567.

Знаете ли вы, что числа, оканчивающиеся на 5, в квадрат возводятся мгновенно?

Чтобы найти квадрат числа $A5$ (A — не обязательно цифра, любое натуральное число), умножаем A на $A + 1$ и к результату приписываем 25.

Например, $45^2 = 2025$; $85^2 = 7225$.

1.2. Еще пример: $\sqrt{1985^2 - 1984^2}$.

$$\sqrt{1985^2 - 1984^2} = \sqrt{(1985 - 1984) \cdot (1985 + 1984)} = \sqrt{3969} = 63.$$

Ответ: 63.

1.3. Вычислим: $\dfrac{99^2 + 99 \cdot 97 + 97^2}{99^3 - 97^3}$.

$$\frac{99^2 + 99 \cdot 97 + 97^2}{99^3 - 97^3} = \frac{99^2 + 99 \cdot 97 + 97^2}{(99 - 97)(99^2 + 99 \cdot 97 + 97^2)} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Вывод: применяем формулы сокращенного умножения везде, где только можно.

Выделяем полные квадраты

Этот полезный навык пригодится нам при построении кривых на плоскости. Например, парабол и окружностей.

Полные квадраты — это выражения вида $(a + b)^2$, $(a - b)^2$.

Посмотрим, как их выделять.

1.4. $a^2 + 6a + 10 = a^2 + 6a + 9 - 9 + 10 = (a + 3)^2 + 1$.

Мы обращаем внимание на первые два слагаемых в выражении $a^2 + 6a + 10$, то есть на $a^2 + 6a$. И добавляем к ним 9, чтобы получился полный квадрат. Но раз мы добавили 9, то надо и вычесть 9, чтобы выражение не изменилось.

Получаем: $a^2 + 6a + 10 = (a + 3)^2 + 1$, выделили полный квадрат.

1.5. Еще пример: $t^2 - 12t + 27 = t^2 - 2 \cdot t \cdot 6 + 6^2 - 6^2 + 27 = (t - 6)^2 - 9$.

В задачах с параметрами выделение полных квадратов часто оказывается ключом к решению.

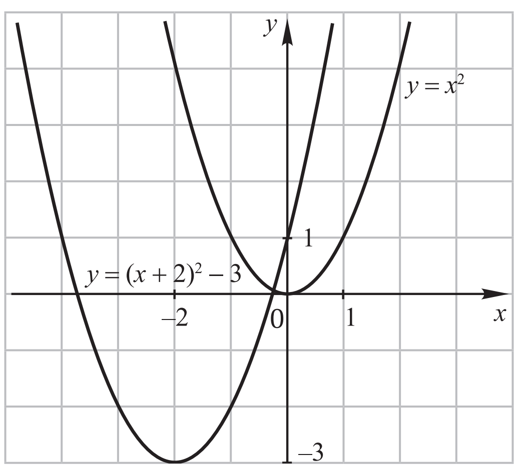
1.6. Например, мы хотим найти наименьшее значение выражения $a^2 + 6a + 14$.

Выделим полный квадрат: $a^2 + 6a + 14 = a^2 + 6a + 9 + 5 = (a + 3)^2 + 5$.

Так как $(a + 3)^2 \geq 0$ при любом значении a, то $(a + 3)^2 + 5 \geq 5$. Значит, наименьшее значение выражения $a^2 + 6a + 14$ равно 5, и оно достигается при $a = -3$.

1.7. Также выделение полного квадрата удобно для построения графика квадратичной функции.

Построим график функции $y = x^2 + 4x + 1$.



Выделим полный квадрат: $x^2 + 4x + 4 - 3 = (x + 2)^2 - 3$.

График функции $y = (x + 2)^2 - 3$ получаем сдвигом графика функции $y = x^2$ вдоль оси X на 2 единицы влево и вдоль оси Y на 3 единицы вниз.

О преобразованиях графиков функций мы поговорим подробно в следующих главах.
Еще несколько примеров выделения полных квадратов.

1.8. $x^2+5x+6=x^2+2\cdot x\cdot\frac{5}{2}+\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2+6=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}+\frac{24}{4}=\left(x+2{,}5\right)^2-0{,}25.$

1.9. $3a^2-6a+11=3(a^2-2a+1-1)+11=3(a-1)^2-3+11=3(a-1)^2+8.$

1.10. $-y^2+4y-7=-(y^2-4y+4-4+7)=-(y-2)^2-3.$

1.11. $16k^2+8k-5=(4k)^2+2\cdot 4k\cdot 1+1-1-5=(4k+1)^2-6.$

Раскладываем на множители

Прием часто применяется для решения уравнений. И разложить выражение на множители можно несколькими способами.

Один из способов — знакомое нам **применение формул сокращенного умножения**.

1.12. Разложить на множители выражения:

а) $1-9x^2$;

б) $4t^2-4t+1$;

в) a^3-8b^3.

Решение:

а) $1-9x^2=(1-3x)(1+3x)$;

б) $4t^2-4t+1=(2t-1)^2$;

в) $a^3-8b^3=(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)$.

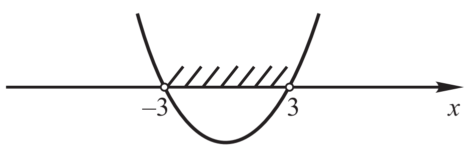
1.13. Решим неравенство: $x^2<9$.

Вспомним, что квадратный корень из неравенства извлекать нельзя. Нет такого действия.

Перенесем все в левую часть и разложим на множители:

$x^2-9<0\Leftrightarrow(x-3)(x+3)<0.$

Можно решить неравенство методом интервалов. Или нарисовать эскиз графика функции $y=(x-3)(x+3)$ и посмотреть, при каких x она принимает отрицательные значения.



Видим, что значения функции отрицательны, если $-3<x<3$.

Ответ: $x\in(-3;3)$.

1.14. Решим неравенство: $t^2 - 8t + 16 \le 0$.

$t^2 - 8t + 16 \le 0 \Leftrightarrow (t - 4)^2 \le 0$, применили формулу квадрата разности.

Квадрат действительного числа не может быть отрицательным, значит, $t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

Ответ: $t = 4$.

В следующих главах мы вернемся к неравенствам и типичным ошибкам при их решении.

Раскладываем квадратные трехчлены на множители

Квадратным трехчленом называется выражение вида $ax^2 + bx + c$. Его можно разложить на множители следующим образом:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

Здесь x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Конечно, такое разложение возможно, когда уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет корни.

Примеры.

1.15. $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$.

1.16. $3x^2 - 4x + 1 = 3(x-1)\left(x - \frac{1}{3}\right) = (x-1)(3x-1)$.

1.17. $x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = (x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)$.

В каждом из случаев мы нашли корни соответствующего квадратного уравнения.

1.18. Решим неравенство: $x^2 - 3x + 2 \ge 0$.

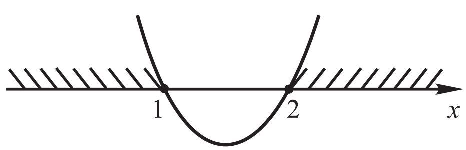
Начнем с квадратного уравнения $x^2 - 3x + 2 = 0$. Его корни $x_1 = 2$; $x_2 = 1$.

Разложим левую часть неравенства на множители.

Мы помним, что $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Получим: $(x - 2)(x - 1) \ge 0$.

Решим неравенство методом интервалов. Или изобразим квадратичную параболу $y = (x - 2)(x - 1)$.



Значения этой функции неотрицательны, если $x \le 1$ или $x \ge 2$.

Ответ: $x \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

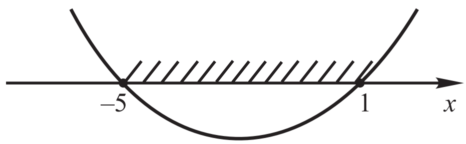
1.19. Решите неравенство: $x^2 + 4x - 5 \le 0$.

Решение:

Найдем корни квадратного уравнения $x^2 + 4x - 5 = 0$. Это $x_1 = -5$ и $x_2 = 1$.

Разложим левую часть неравенства на множители: $(x + 5)(x - 1) \le 0$.

Нарисуем квадратичную параболу $y = (x + 5)(x - 1)$ и отметим интервал, на котором значения этой функции меньше нуля или равны нулю.



Неравенство выполняется, если $-5 \le x \le 1$.

Ответ: $x \in [-5; 1]$.

Еще один способ разложения на множители — группировка

1.20. $3a - 3b + ac - bc = 3(a - b) + c(a - b) = (a - b)(3 + c)$.

1.21. $3x^2 + 8x + 5 = 3x^2 + 3x + 5x + 5 = 3x(x + 1) + 5(x + 1) = (3x + 5)(x + 1)$.

Способ особенно хорош, если выражение не второй степени, а более высокой. Или если в нем не одна переменная, а несколько.

1.22. $x^3 - 4x - 3x^2 + 12 = x^3 - 3x^2 - (4x - 12) = x^2(x - 3) - 4(x - 3) = (x^2 - 4)(x - 3) =$
$= (x - 2)(x + 2)(x - 3)$.

1.23. $x^3 - 7x + 2x^2 - 14 = x\left(x^2 - 7\right) + 2\left(x^2 - 7\right) = \left(x + 2\right)\left(x^2 - 7\right) = \left(x + 2\right)\left(x - \sqrt{7}\right)\left(x + \sqrt{7}\right)$.

1.24. $y^2 - x^2 + 6x - 6y = (y - x)(y + x) - 6(y - x) = (y - x)(y + x - 6)$.

Выделяем целую часть

Этот прием полезен при построении графиков функций и решении неравенств.

1.25. Выделите целую часть дроби: $\dfrac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$.

Решение:

$$\frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1} = \frac{x^2 - 2x + 1 + 2}{x - 1} = \frac{\left(x - 1\right)^2 + 2}{x - 1} = \frac{\left(x - 1\right)^2}{x - 1} + \frac{2}{x - 1} = x - 1 + \frac{2}{x - 1}.$$

Вспомним, как мы складывали дроби с одинаковыми знаменателями. Здесь мы делаем обратное действие — представляем дробь в виде суммы двух дробей.

Например, мы хотим решить неравенство $\frac{x^2-2x+3}{x-1}<x-1$.

Выделим целую часть из дроби $\frac{x^2-2x+3}{x-1}$:

$$x-1+\frac{2}{x-1}<x-1,$$

$$\frac{2}{x-1}<0.$$

Это простое неравенство. Его решение: $x<1$.

1.26. Выделите целую часть дроби:

а) $\frac{a^2-4a-7}{(a-2)^2}$;

б) $\frac{x^2+6x+14}{x+3}$.

Решение:

а) $\frac{a^2-4a-7}{(a-2)^2}=\frac{a^2-4a+4-4-7}{(a-2)^2}=\frac{(a-2)^2-11}{(a-2)^2}=\frac{(a-2)^2}{(a-2)^2}-\frac{11}{(a-2)^2}=1-\frac{11}{(a-2)^2}$;

б) $\frac{x^2+6x+14}{x+3}=\frac{x^2+6x+9-9+14}{x+3}=\frac{(x+3)^2+5}{x+3}=\frac{(x+3)^2}{x+3}+\frac{5}{x+3}=x+3+\frac{5}{x+3}$.

1.27. Решите неравенство: $\frac{x^2+2x-4}{x+3}+\frac{x^2+5x+3}{x+5}\le 2x-1$.

Решение:

Представим вторую дробь в виде суммы двух дробей со знаменателем $x+5$. А в числителе первой дроби $2x-4$ запишем как $3x-x-4=3x-(x+4)$.

$$\frac{x^2+3x-(4+x)}{x+3}+\frac{x^2+5x}{x+5}+\frac{3}{x+5}\le 2x-1.$$

Теперь и первую дробь можно представить как сумму трех дробей со знаменателем $x+3$.

$$\frac{x(x+3)}{x+3}-\frac{x+3}{x+3}-\frac{1}{x+3}+\frac{x(x+5)}{x+5}+\frac{3}{x+5}\le 2x-1.$$

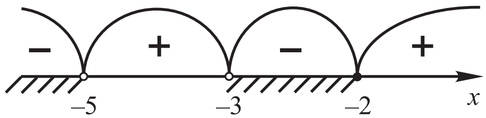
Выделим целую часть:

$$x-1-\frac{1}{x+3}+x+\frac{3}{x+5}\le 2x-1;$$

$$\frac{3}{x+5}-\frac{1}{x+3}\le 0;$$

$$\frac{x+2}{(x+5)(x+3)}\le 0.$$

Это неравенство решается легко с помощью метода интервалов.



Ответ: $x \in (-\infty; -5) \cup (-3; -2]$.

При построении графиков дробно-рациональных функций мы тоже будем пользоваться этим приемом — выделением целой части.

Также он поможет нам при решении задач на числа и их свойства методом «Оценка плюс пример». Об этом — в следующей моей книге.

ГЛАВА 2. Логика. Система условий, совокупность условий

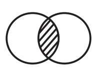
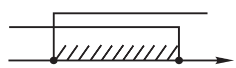
Что нужно знать и уметь, чтобы решать задачи с параметрами? Надо отлично владеть геометрией, тригонометрией и алгеброй. Знать, что такое элементарные функции и их графики (об этом мы поговорим), уметь преобразовывать графики функций и узнавать в условиях задач «базовые элементы» — уравнения окружностей, отрезков, других фигур.

И еще нам не обойтись без основ логики. Мы будем учиться записывать решение уравнения или системы уравнений в виде цепочки равносильных переходов. Нам понадобятся вот такие символы: $\{$ — знак системы и $[$ — знак совокупности.

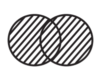
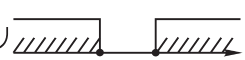
Что же это такое?

Если два (или более) уравнения или неравенства объединены вот такой фигурной скобкой $\{$, то это знак системы. Он означает, что выполняется **и то, и другое** условие. Можно сказать, что нам нужны те значения переменных, которые удовлетворяют и тому, и другому уравнению, то есть пересечение множеств решений этих уравнений. Такой знак можно заменить союзом «и».

А если мы говорим о неравенствах, то речь пойдет о пересечении интервалов, являющихся решениями неравенств.

$\{$ система; И;  $\cap$ 

Если мы видим вот такой знак $[$, то это совокупность. Этот символ можно заменить союзом «или». Он означает, что нам нужны решения или одного, или другого уравнения, или обоих. Это объединение множеств, а на числовой прямой — объединение интервалов.

$[$ совокупность; ИЛИ;  $\cup$ 

Приведем пример системы и совокупности условий. Только не из математики, а из жизни.

Пусть у нас будет компания друзей, а у друзей есть четвероногие друзья, домашние питомцы.

Человек	**Его домашнее животное**
Юля	котик
Арсений	котик и собака
Костя	черепаха
Рашид	собака
Маша	хомячки

У кого есть котик или собака? Используем знак «совокупность», который заменяет слово «или».

$$\left[\begin{array}{l} \text{К} \\ \text{С} \end{array}\right.$$

В это множество входят Юля, Арсений и Рашид.

А у кого есть и котик, и собака?

$$\begin{cases} \text{К} \\ \text{С} \end{cases}$$

В этом случае нужен знак системы. И котик, и собака есть у Арсения.

Мы использовали символы «совокупность» и «система».

Но это не все, потому что у Маши есть хомячки! Сначала у Маши два хомячка, но вскоре их становится много! И Маша говорит: «Друзья, у меня маленькие хомячки! Кто хочет хомячка?» И все говорят: «Мне, мне хомячка!»

А Маша отвечает: «Нет, хомячка можно не всем! Юля, у тебя котик, тебе нельзя хомячка! Арсений, у тебя котик и собака, они могут сделать кусь, тебе тоже не дам хомячка! И тебе, Рашид, не дам, для твоей собаки хомячок — это добыча».

Введем такие обозначения:

X — есть хомячок,

$\bar{X}$ — нет хомячка.

Маша говорит: «У кого есть котик или собака, тем нельзя брать домой хомячка».

Это равносильно тому, что если у тебя есть котик, то хомячку в одном пространстве с котиком находиться опасно. Или если у тебя собака, то не даст тебе Маша хомячка.

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \text{К} \\ \text{С} \end{array}\right. \\ \bar{X} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \text{К} \\ \bar{X} \end{cases} \\ \begin{cases} \text{С} \\ \bar{X} \end{cases} \end{array}\right.$$

Из одной системы получилась совокупность двух систем.

А кому же достанется хомячок? Конечно, Косте. Ведь у него нет ни котика, ни собаки. У него есть черепаха, а она хомячка не догонит.

Мы можем сказать, что система $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} K \\ C \end{array}\right. \\ \bar{X} \end{cases}$ равносильна совокупности двух систем:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} K \\ C \end{array}\right. \\ \bar{X} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} K \\ \bar{X} \end{cases} \\ \begin{cases} C \\ \bar{X} \end{cases} \end{array}\right.$$

У нас появилось новое обозначение: $\Leftrightarrow$. Это символ равносильности.

Равносильными называются уравнения, множества решений которых совпадают. Например, уравнения $\frac{x-3}{x+2}=0$ и $x-3=0$ равносильны. Решением каждого из них является $x=3$, и других решений у них нет.

То же самое можно сказать о равносильных системах уравнений или равносильных неравенствах. Множества их решений совпадают. Например, неравенства $x-3>0$ и $(x-3)(x^2+1)>0$ равносильны. Решением каждого из них является интервал $(3; +\infty)$.

Можно сказать, что два высказывания равносильны, если они одновременно истинны или одновременно ложны.

В формулировках теорем вам часто встречались слова: «Тогда и только тогда». Это и означает равносильность.

Например, дробь равна нулю тогда и только тогда, когда ее числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю. Для уравнения $\frac{x-3}{x+2}=0$ это можно записать так:

$$\frac{x-3}{x+2}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0, \\ x+2\neq 0. \end{cases}$$

Уравнение $\frac{x-3}{x+2}=0$ равносильно системе условий: $\begin{cases} x-3=0, \\ x+2\neq 0. \end{cases}$ Числитель дроби равен нулю, а знаменатель не равен.

В теоремах по геометрии тоже встречается формулировка «Тогда и только тогда». Например: «Окружность можно вписать в четырехугольник тогда и только тогда, когда суммы длин противоположных сторон равны».

Это значит, что истинны два утверждения:

1) «Если в четырехугольник вписана окружность, то суммы длин его противоположных сторон равны».

2) «Если в четырехугольнике суммы длин противоположных сторон равны, то в него можно вписать окружность».

Можно сказать, что должны выполняться и прямая, и обратная теоремы. Каждая из них строится из двух математических высказываний:

Высказывание A: «В четырехугольник можно вписать окружность».

Высказывание B: «Суммы длин противоположных сторон четырехугольника равны».

Если для некоторого четырехугольника выполняется A, то выполняется и B, и наоборот. А если в четырехугольник нельзя вписать окружность, то и суммы длин противоположных

Учебное издание

0+

ЕАС

Малкова Анна Георгиевна

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ
12 МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ

Ответственный редактор *А. Васько*
Выпускающий редактор *Г. Логвинова*

Формат 70x100$^{1}/_{16}$. Бумага офсетная.
Тираж 5000 экз. Заказ №

Издатель и изготовитель: ООО «Феникс».
Юр. и факт. адрес: 344011, Россия, Ростовская обл.,
г. Ростов-на-Дону, ул. Варфоломеева, д. 150
Тел/факс: (863) 261-89-65, 261-89-50

Изготовлено в России. Дата изготовления: 10.2023. Срок годности не ограничен.
Отпечатано в АО «ТАТМЕДИА»
Филиал «Полиграфическо-издательский комплекс "Идел-Пресс"».
Юр. адрес: 420097, Россия, Республика Татарстан, г. Казань, ул. Академическая, д. 2
Факт. адрес: 420066, Россия, Республика Татарстан, г. Казань, ул. Декабристов, здание 2