Большая перемена

Э.Н. Балаян

ГЕОМЕТРИЯ

Задачи на готовых чертежах для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ

7–9 классы

Издание 19-е

Ростов-на-Дону

Феникс

2024

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72
КТК 444
Б20

Балаян Э.Н.

Б20 Геометрия : задачи на готовых чертежах для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ : 7–9 классы / Э.Н. Балаян. — Изд. 19-е. — Ростов н/Д : Феникс, 2024. — 234 с. : ил. — (Большая перемена).

ISBN 978-5-222-40552-9

Предлагаемое вниманию читателя пособие содержит более 1000 разноуровневых задач и упражнений по основным темам программы геометрии (планиметрии) 7–9 классов, скомпонованных в 3 комплекта по готовым чертежам. 7 класс содержит 15 таблиц, 8 класс — 25, 9 — 12 таблиц.

Эти упражнения дают возможность учителю в течение минимума времени решить и повторить значительно больший объем материала, тем самым наращивать темп работы на уроках.

Кроме того, приводятся краткие теоретические сведения по курсу геометрии 7–9 классов, сопровождаемые определениями, теоремами, основными свойствами и необходимыми справочными материалами. К наиболее трудным задачам (отмечены *) приведены решения и указания.

Пособие адресовано учителям математики, репетиторам, студентам — будущим учителям, учащимся общеобразовательных школ, лицеев, колледжей, а также выпускникам для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ.

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72

ISBN 978-5-222-40552-9

Предисловие

На начальном этапе изучения геометрии основную трудность для учащихся представляет выполнение чертежа. Кроме того, на его выполнение расходуется много времени.

Предлагаемое вниманию читателя пособие ставит целью устранить этот пробел с помощью готовых чертежей.

На уроках геометрии очень часто каждое высказывание и ответ на вопрос должны, как правило, сопровождаться демонстрацией чертежа, причем чертеж и данные из условия задачи должны находиться перед глазами учащихся в процессе решения задачи. Когда учащиеся наглядно видят условие, то легче решают задачи. По этой причине упражнения на готовых чертежах оказывают неоценимую помощь в усвоении и закреплении новых понятий и теорем, дают возможность в течение минимума времени усвоить и повторить значительно больший объем материала, тем самым наращивать темп работы на уроках.

Кроме того, эти упражнения способствуют активизации мыслительной деятельности учащихся, обучают умению грамотно рассуждать, находить в них общее и делать различия, сопоставлять и противопоставлять, делать правильные выводы.

В пособии на всех чертежах равные углы и отрезки отмечены одинаковыми знаками, прямые углы — квадратиками, это дает возможность учащимся значительно быстрее ориентироваться в условиях задачи. Большинство задач предназначены в качестве устных упражнений. Учитель может по своему усмотрению заранее подготовить их на доске или плакатах и отводить на решение по 10–15 минут в начале каждого урока. Поскольку задачи есть и посложнее (они расположены, как правило, в конце каждой таблицы), то учитель может выбрать те или иные упражнения в зависимости от уровня подготовленности класса.

При выполнении упражнений происходит активная мыслительная деятельность учащихся, что в свою очередь приводит к эффективному непроизвольному запоминанию определений, свойств и признаков изучаемых фигур. Определения, свойства и признаки рассматриваемых фигур периодически повторяются в процессе выполнения разнообразных упражнений, что приводит в итоге к продуктивному запоминанию. Большое значение имеет и то, что учащиеся с бо́льшим удовольствием предпочитают выполнять эти упражнения, чем отвечать на теоретические вопросы.

Наконец, предлагаемые упражнения быстро готовят учащихся к запоминанию и самостоятельному решению таких задач, для которых эти упражнения являются элементами.

Предлагаемая методика проведения уроков с использованием упражнений на готовых чертежах, несомненно, способствует повышению творческой активности учащихся, развитию логического мышления, является эффективным средством усвоения и закрепления теоретического материала.

Пособие представляет собой три комплекта упражнений по геометрии для учащихся 7–9 классов, составленных в виде таблиц. Все задания соответствуют ныне действующей программе по геометрии (планиметрии). Пособие может быть использовано учителями, работающими по учебнику Л.С. Атанасяна «Геометрия, 7–11» и другим книгам.

В пособии 15 таблиц для 7 класса, 25 для 8 и 12 для 9 класса. В каждой таблице количество задач различно. Как правило, они составлены в порядке возрастающей трудности, что дает возможность учителю проводить работу дифференцированно.

К наиболее трудным задачам приведены подробные решения с пояснениями, а к остальным — указания и ответы, что дает возможность проверить правильность решения.

Отметим, что предлагаемые упражнения не ставят целью заменить систему задач из вышеуказанных пособий, а являются лишь дополнением к ней. Они дают возможность учителю сэкономить значительную часть времени на изучение соответствующих тем и способствуют усилению практической направленности преподавания геометрии.

Раздел I

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Планиметрия

1. Углы

Углом называется геометрическая фигура (рис. 1), образованная двумя лучами, исходящими из одной точки.

Точка O — вершина угла, а лучи OA и OB — стороны угла.

Обозначение: $\angle AOB$ или $\angle ab$.

Угол в $90°$ называется **прямым** (рис. 2).

Угол, меньший прямого, называется **острым** (рис. 3).

Угол, больший прямого, но меньший развернутого, называется **тупым** (рис. 4).

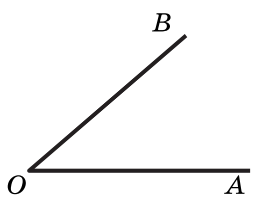


Рис. 1

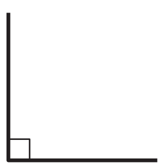


Рис. 2

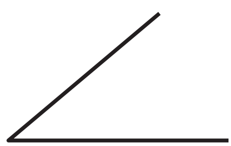


Рис. 3

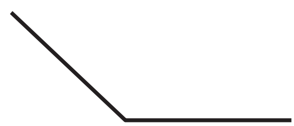


Рис. 4

Два угла называются **вертикальными**, если стороны одного угла являются продолжениями сторон другого (рис. 5).

$\angle AOC$ и $\angle DOB$; $\angle BOC$ и $\angle AOD$ — вертикальные.

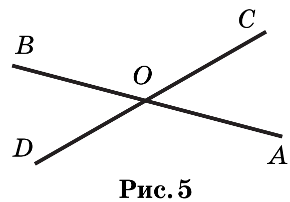


Рис. 5

Вертикальные углы равны: $\angle AOC = \angle DOB$ и $\angle BOC = \angle AOD$.

Два угла называются **смежными**, если у них одна сторона общая, а две другие составляют прямую линию (рис. 6), $\angle AOC$ и $\angle BOC$ — смежные.

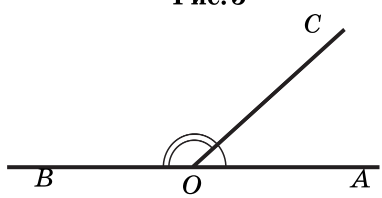


Рис. 6

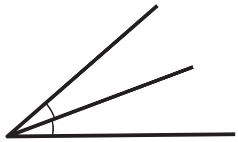


Рис. 7

Сумма смежных углов равна 180°.

Биссектрисой угла называется луч, проходящий между сторонами угла и делящий его пополам (рис. 7).

Биссектрисы вертикальных углов составляют продолжение друг друга (рис. 8).

Биссектрисы смежных углов взаимно перпендикулярны (рис. 9).

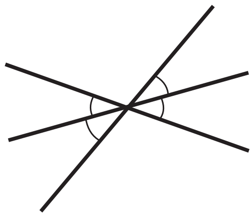


Рис. 8

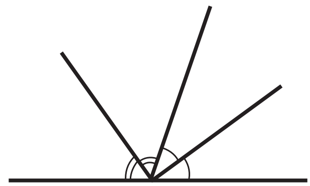


Рис. 9

При пересечении двух прямых a и b третьей c (секущей) образуется 8 углов (рис. 10):

соответственные углы:
$\angle 1$ и $\angle 5$, $\angle 2$ и $\angle 6$, $\angle 4$ и $\angle 8$, $\angle 3$ и $\angle 7$;
внутренние накрест лежащие:
$\angle 4$ и $\angle 6$, $\angle 3$ и $\angle 5$;
внешние накрест лежащие:
$\angle 1$ и $\angle 7$, $\angle 2$ и $\angle 8$;
внутренние односторонние:
$\angle 4$ и $\angle 5$, $\angle 3$ и $\angle 6$;
внешние односторонние:
$\angle 1$ и $\angle 8$, $\angle 2$ и $\angle 7$.

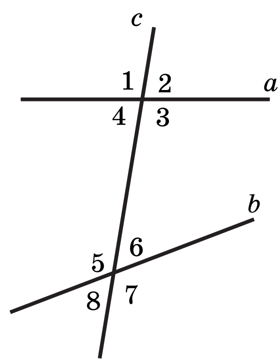


Рис. 10

2. Многоугольник

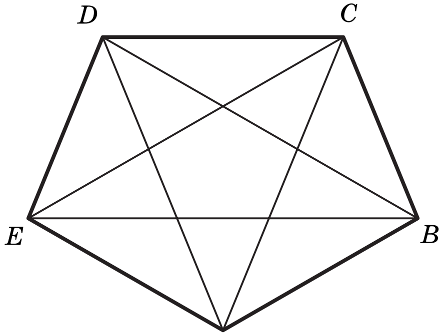


Рис. 11

$ABCDE$ — пятиугольник (рис. 11).

Точки A, B, C, D, E — вершины многоугольника; $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$, $\angle E$ — углы; AB, BC, CD и т. д. — стороны; отрезки AC, AD, BE, BD, CE — диагонали; $P = AB + BC + ... + EA$ — периметр многоугольника.

Многоугольник называется **выпуклым** (рис. 11), если он целиком расположен по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины. В противном случае многоугольник называется **невыпуклым** (рис. 12).

Свойства:

1. Сумма внутренних углов произвольного n-угольника равна $180° \cdot (n-2)$.

2. Сумма внешних углов выпуклого n-угольника, взятых по одному при каждой вершине, равна $360°$.

3. В выпуклом n-угольнике из каждой вершины можно провести $(n-3)$ диагоналей, которые разбивают n-угольник на $(n-2)$ треугольников.

4. В выпуклом n-угольнике число диагоналей равно $\frac{1}{2}n(n-3)$.

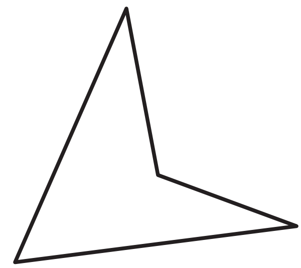


Рис. 12

3. Правильные многоугольники

Выпуклый многоугольник, у которого равны все углы и стороны, называется **правильным.**

Свойства:

1. Каждый угол правильного n-угольника равен $\alpha_n = \dfrac{180°(n-2)}{n}$.

2. Около правильного n-угольника можно описать окружность, и притом только одну.

3. В правильный n-угольник можно вписать окружность, и притом только одну.

4. Окружность, вписанная в правильный n-угольник, касается всех сторон n-угольника в их серединах.

5. Центр окружности, описанной около правильного n-угольника, совпадает с центром окружности, вписанной в тот же n-угольник.

6. Длина стороны правильного n-угольника, вписанного в окружность радиуса R, равна $a = 2R\sin\dfrac{180°}{n}$.

7. Длина стороны правильного n-угольника, описанного около окружности радиуса r, равна $a = 2r\,\mathrm{tg}\dfrac{180°}{n}$.

4. Треугольник

Треугольником называется геометрическая фигура, состоящая из трех точек, не лежащих на одной прямой, и трех отрезков, последовательно соединяющих эти точки.

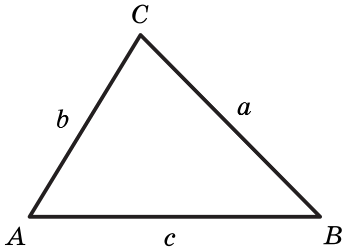


Рис. 13

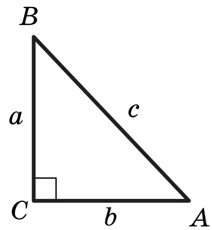


Рис. 14

Точки A, B, C — **вершины** ΔABC.

Отрезки AB, BC и AC — **стороны**, $\angle A$, $\angle B$ и $\angle C$ — **углы.**

Стороны треугольника часто обозначают малыми буквами (рис. 13):

$$AB = c,\ BC = a,\ AC = b.$$

$P = a + b + c$ — **периметр** треугольника.

Треугольник, у которого все углы острые, называется **остроугольным** (рис. 13).

Треугольник, у которого угол прямой, называется **прямоугольным** (рис. 14).

Стороны, образующие прямой угол, называются **катетами** (a и b), а сторона, лежащая против прямого угла, — **гипотенузой** (c).

Треугольник с тупым углом называется **тупоугольным** (рис. 15).

Треугольник, у которого две стороны равны, называется **равнобедренным** (рис. 16).

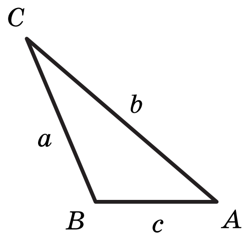


Рис. 15

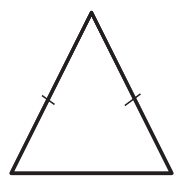


Рис. 16

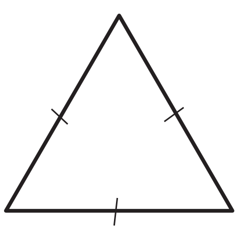


Рис. 17

Равные стороны называются **боковыми**, а третья сторона — **основанием** равнобедренного треугольника.

Треугольник, у которого все стороны равны, называется **равносторонним** (рис. 17).

Каждый угол равностороннего треугольника равен 60°.

Свойства равнобедренного треугольника:

1. Углы при основании равны.
2. Биссектриса, проведенная к основанию, является одновременно медианой и высотой.
3. Высота, проведенная к основанию, является одновременно медианой и биссектрисой.

4. Медиана, проведенная к основанию, является одновременно высотой и биссектрисой.

Внешним углом треугольника называется угол, смежный с каким-нибудь углом этого треугольника (рис. 18).

$\angle CBD$ — внешний угол треугольника.

Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним (рис. 18): $\angle CBD = \angle A + \angle C$.

Отрезок, соединяющий середины двух сторон, называется **средней линией** треугольника (рис. 19).

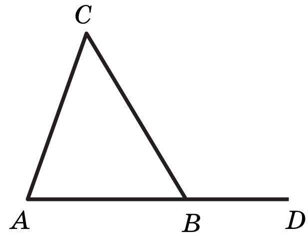


Рис. 18

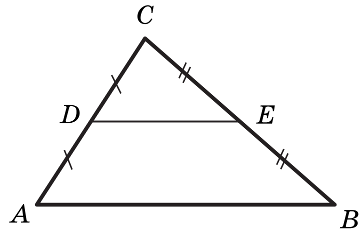


Рис. 19

5. Признаки равенства треугольников

I признак *(признак равенства по двум сторонам и углу между ними)*

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны (рис. 20).

$AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$.

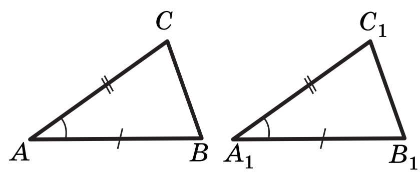


Рис. 20

II признак *(признак равенства по стороне и прилежащим к ней углам)*

Если сторона и два прилежащих угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны (рис. 21).

$AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$.

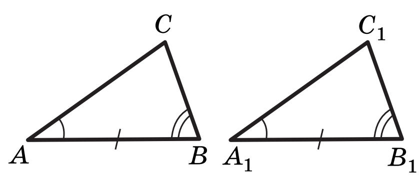


Рис. 21

III признак *(признак равенства по трем сторонам)*

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны (рис. 22).

$AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$.

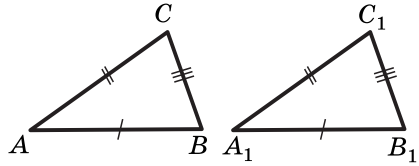


Рис. 22

6. Неравенства треугольника

Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон:

$$a < b + c,\ b < a + c,\ c < a + b.$$

7. Определение вида треугольника по его сторонам

Пусть c — наибольшая сторона, тогда:
а) если $c^2 < a^2 + b^2$, то треугольник остроугольный;
б) если $c^2 > a^2 + b^2$, то треугольник тупоугольный;
в) если $c^2 = a^2 + b^2$, то треугольник прямоугольный.

8. Прямоугольные треугольники (некоторые свойства)

1) Сумма острых углов равна 90° (рис. 23).

$$\angle A + \angle B = 90^\circ.$$

2) Катет, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы (рис. 24).

$$a = \frac{1}{2}c.$$

3) Если катет равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30° (рис. 24).

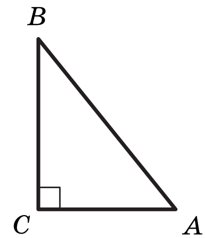


Рис. 23

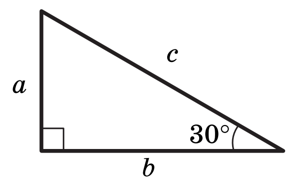


Рис. 24

9. Признаки равенства прямоугольных треугольников

1. **Если катеты** одного прямоугольного треугольника соответственно равны катетам другого, то такие треугольники равны (рис. 25).

$$AC = A_1C_1,\ BC = B_1C_1.$$

2. **Если катет и прилежащий к нему острый угол** одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему углу другого, то такие треугольники равны (рис. 26).

$$AC = A_1C_1,\ \angle A = \angle A_1.$$

3. **Если гипотенуза и острый угол** одного прямоугольного треугольника

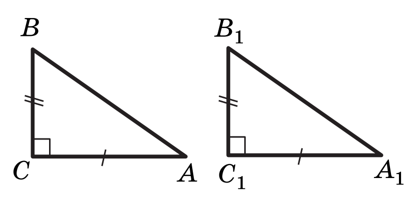


Рис. 25

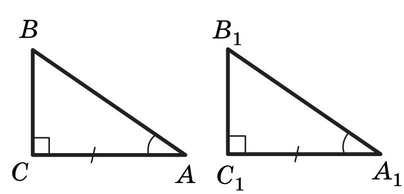


Рис. 26

соответственно равны гипотенузе и острому углу другого, то такие треугольники равны (рис. 27).

$$AB = A_1B_1,\ \angle A = \angle A_1.$$

4. **Если гипотенуза и катет** одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого, то такие треугольники равны (рис. 28).

$$AB = A_1B_1,\ AC = A_1C_1.$$

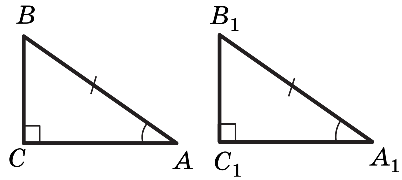


Рис. 27

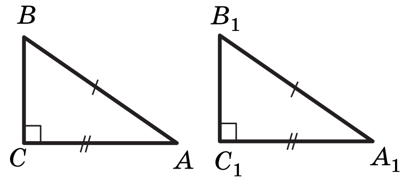


Рис. 28

10. Четыре замечательные точки треугольника

С каждым треугольником связаны 4 точки:

1) точка пересечения медиан;
2) точка пересечения биссектрис;
3) точка пересечения высот (или их продолжений);
4) точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам.

Эти четыре точки называются **замечательными точками треугольника.**

Высотой треугольника называется длина перпендикуляра, опущенного из любой его вершины на противолежащую сторону или ее продолжение.

В *тупоугольном треугольнике* (рис. 29) две высоты падают на продолжение сторон и лежат вне треугольника, а третья внутри.

В *остроугольном треугольнике* (рис. 30) все три высоты лежат внутри треугольника.

В *прямоугольном треугольнике* катеты одновременно служат и высотами (рис. 31).

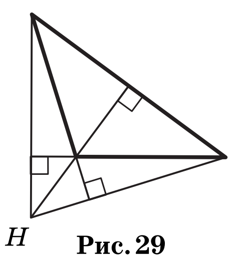


Рис. 29

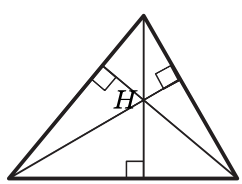


Рис. 30

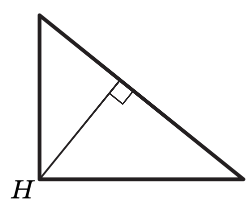


Рис. 31

Три высоты треугольника всегда пересекаются в одной точке, называемой **ортоцентром**. В тупоугольном треугольнике ортоцентр лежит вне треугольника. В прямоугольном треугольнике он совпадает с вершиной прямого угла.

Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

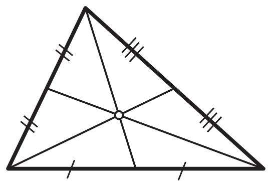


Рис. 32

Три медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая является **центром тяжести треугольника** (рис. 32).

Эта точка делит каждую медиану в отношении 2 : 1 (считая от соответствующей вершины).

Биссектрисой треугольника называется отрезок биссектрисы угла от вершины до пересечения с противолежащей стороной.

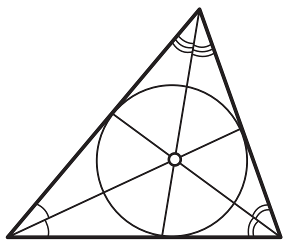


Рис. 33

Три биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, которая является **центром вписанного круга** (рис. 33).

Три перпендикуляра к сторонам треугольника, проведенные через их середины (рис. 34, 35, 36), пересекаются в одной точке, которая является **центром описанной окружности.**

В тупоугольном треугольнике (рис. 34) эта точка лежит **вне** треугольника, в остроугольном (рис. 35) — **внутри**, в прямоугольном — **на середине** гипотенузы.

Ортоцентр, центр тяжести, центр вписанной и описанной окружностей совпадают друг с другом только в **равностороннем** треугольнике.

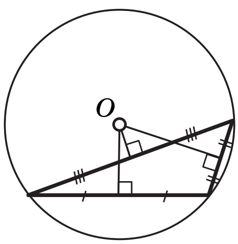


Рис. 34

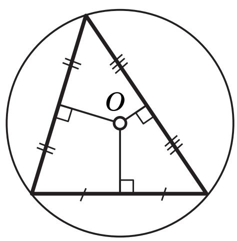


Рис. 35

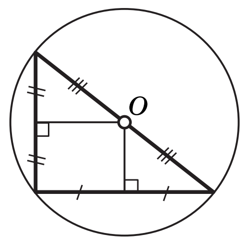


Рис. 36

11. Произвольный треугольник

1) **Свойство биссектрисы** (рис. 37) внутреннего угла треугольника:

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}.$$

2) **Длина биссектрисы:**

$$l_c = \sqrt{ab - a_1 b_1};$$

$$l_c = \frac{\sqrt{ab(a+b+c)(a+b-c)}}{a+b}.$$

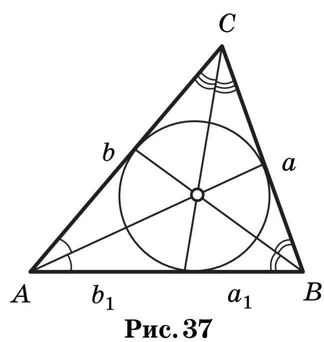


Рис. 37

3) Длина медианы:

$$m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2(a^2+b^2)-c^2}\ .$$

4) Длина высоты:

$$h_c = \frac{2}{c}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\ ,$$

где a, b, c — стороны треугольника,

$p = \frac{1}{2}(a + b + c)$ — полупериметр,

h_c — высота, проведенная к стороне c.

5) Зависимость между сторонами и высотами:

$$h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}\,.$$

6) Зависимость между высотами и радиусом вписанной окружности:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}\,.$$

12. Теорема Чевы

Для того чтобы прямые BE, AD и CF (рис. 38) пересекались в одной точке, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство

$$\frac{BD}{CD}\cdot\frac{CE}{AE}\cdot\frac{AF}{BF} = 1.$$

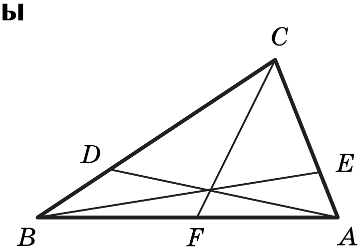


Рис. 38

13. Теорема Менелая

Если на сторонах BC, AB и продолжении стороны AC ΔABC за точку C отмечены соответственно точки A_1, C_1 и B_1, лежащие на одной прямой, то

$$\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A} = 1.$$

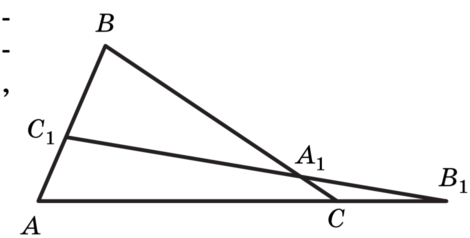


Рис. 39

УПРАЖНЕНИЯ В ТАБЛИЦАХ

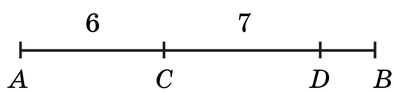
VII класс

ИЗМЕРЕНИЕ ОТРЕЗКОВ

Таблица 1

1 $MN = 12$, EF — ?

2 $AB = 15$, BD — ?



3 $KP = 21$,
$KL - LP = 5$,
KL, LP — ?

4 $ST = 36$,
$SR - RT = 4$,
SR, RT — ?

5 $EF = 36$,
$EM = 3 \cdot MF$,
EM, MF — ?

6 $AB = 15$,
$AC = 4 \cdot BC$,
AC, BC — ?

7 $MN = 24$,
$MK = KN - 12$,
MK, KN — ?

8 $BC = 30$,
$CD - BD = 20$,
BD, CD — ?

Продолжение табл. 1

9

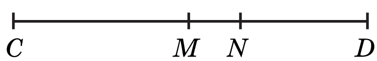
$MK = 8$, $FN = 10$,
$MN = 12$,
FK — ?

10

$AB = 9$, $AC = 7$,
$BD = 5$,
CD — ?

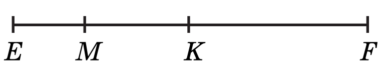
11

$CD = 16$,
M — середина CD,
$CN = 11$,
MN — ?



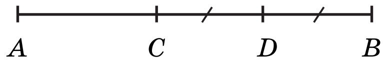
12

$EF = 20$,
K — середина EF,
$MF = 16$,
MK — ?



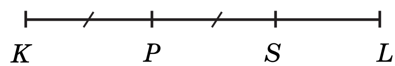
13

$AB = 28$,
D — середина BC,
$CD = 9$,
AC — ?



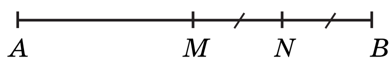
14

$KL = 11$,
P — середина KC,
$PS = 4$,
SL — ?



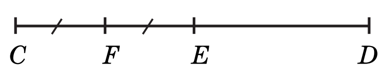
15

$AB = 22$,
M — середина AB,
N — середина MB,
AN — ?



16

$CD = 30$,
E — середина FD,
F — середина CE,
FD — ?

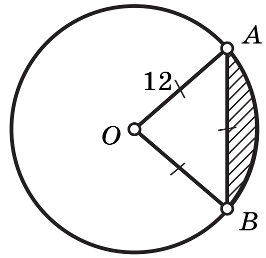


ПЛОЩАДЬ КРУГА

Таблица 12

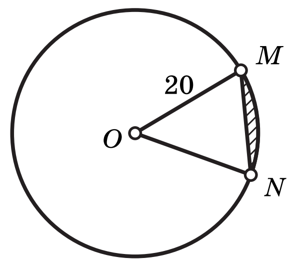
Найдите площадь заштрихованной фигуры.

1

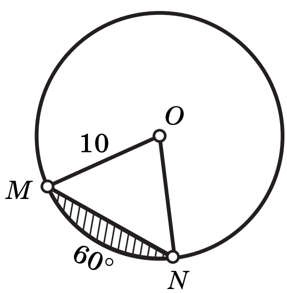


2

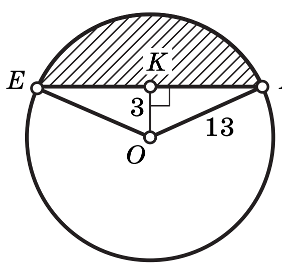
$MN = 12$



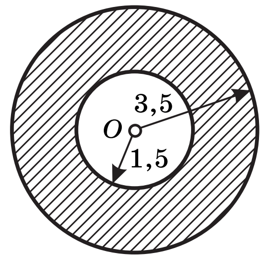
3



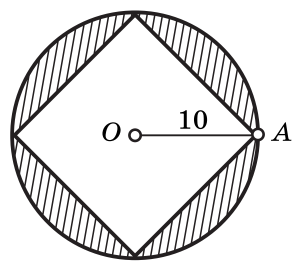
4



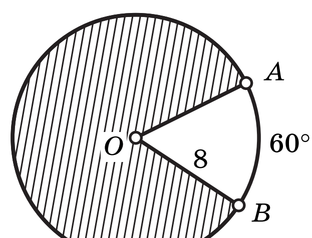
5



6

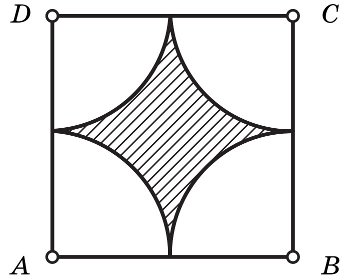


7

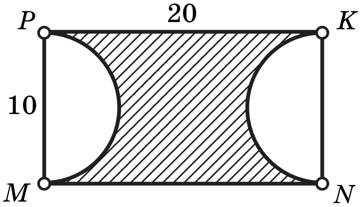
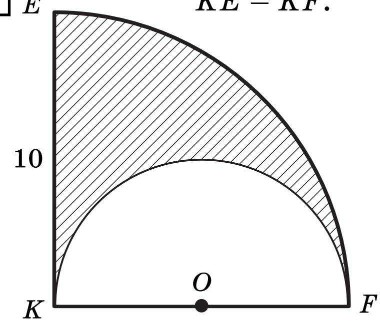
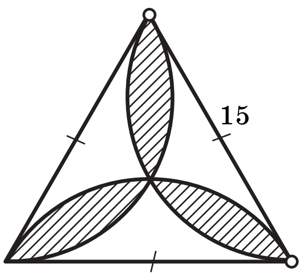
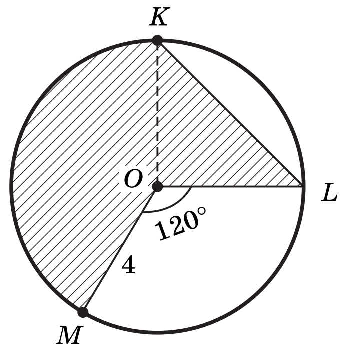
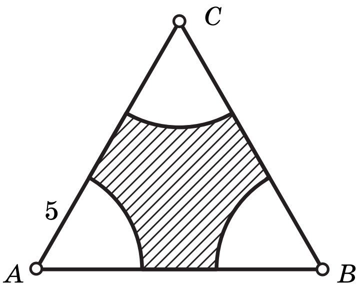
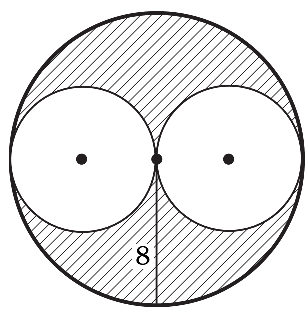
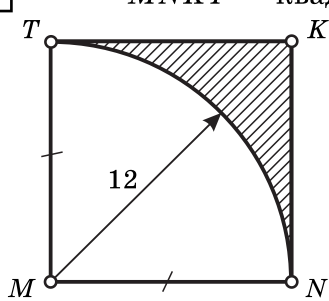
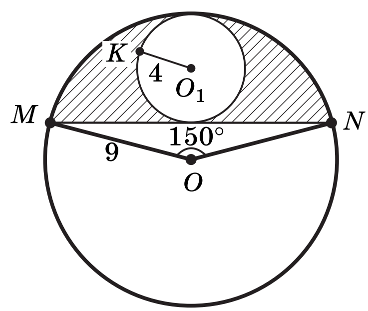


8

$ABCD$ — квадрат, $AB = 8$



Окончание табл. 12

9 $\smile MP = \smile NK = 180^\circ$ 	**13** $KE = KF.$ 
10 	**14** 
11 $AB = BC = AC = 16$ 	**15** 
12 $MNKT$ — квадрат 	**16** 

Раздел III

РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ

VII класс

К таблице 1

7. По условию $MN = 24$, значит, $MK + KN = 24$. Но $MK = KN - 12$, тогда получим $KN - 12 + KN = 24$, или $2KN = 36$, $KN = 18$, тогда $MK = 18 - 12 = 6$.

Ответ: $MK = 6$, $KN = 18$.

17. Пусть $AC = 2x$, тогда $AB = 7x$. Так как $AB = AC + CB$ и $CB = 10$, то получим уравнение $7x = 2x + 10$, или $5x = 10$, $x = 2$. Значит, $AC = 2x = 4$, $AB = 7x = 2 \cdot 7 = 14$.

Ответ: $AC = 4$, $AB = 14$.

22.

I способ

Пусть $MK = 3x$, $KN = 2y$. Так как $\frac{1}{2}KN = \frac{1}{3}MK$, то $\frac{1}{2} \cdot 2y = \frac{1}{3} \cdot 3x$, или $x = y$. Кроме того, $MN = 15$, или $MK + KN = 15$. Значит, $3x + 2y = 15$. Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 15, \\ x = y; \end{cases} \quad \begin{cases} 3y + 2y = 15, \\ x = y; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3, \\ x = 3. \end{cases}$$

Следовательно, $MK = 3x = 9$, $KN = 2y = 6$.

Ответ: $MK = 9$, $KN = 6$.

II способ

Если $\frac{1}{2}KN = \frac{1}{3}MK$, то $KN = \frac{2}{3}MK$. Значит, $MK + KN = 15$, или $MK + \frac{2}{3}MK = 15$, $\frac{5}{3}MK = 15$, откуда $MK = 15 \cdot \frac{3}{5} = 9$, тогда $KN = 15 - 9 = 6$.

Ответ: $MK = 9$, $KN = 6$.

К таблице 2

8. Пусть $\angle AOC = x$, тогда $\angle AOB = 4x$. По условию задачи $\angle BOC = 60°$. Получим уравнение $x + 60 = 4x$, или $3x = 60$, $x = 20$, т. е. $\angle AOC = 20°$, тогда $\angle AOB = 4x = 80°$.

Ответ: $\angle AOB = 80°$, $\angle AOC = 20°$.

12. Пусть $\angle MOF = x$, $\angle MOE = y$. Так как $\angle FOE = 160°$, то $x + y = 160$. Кроме того, $\angle MOF = \angle MOE = 10°$, или $x - y = 10$. Получим систему уравнений $\begin{cases} x + y = 160, \\ x - y = 10. \end{cases}$

Складывая уравнения системы, имеем $2x = 170$, откуда $x = 85$, тогда $y = 85 - 10 = 75$. Значит, $\angle MOF = 85°$, $\angle MOE = 75°$.

Ответ: $\angle MOF = 85°$, $\angle MOE = 75°$.

19. По условию OF — биссектриса $\angle NOE$, OK — биссектриса $\angle MOE$. Пусть $\angle NOF = \angle FOE = x$, $\angle EOK = \angle KOM = y$. Так как $\angle NOK = 80°$, то $2x + y = 80$. Аналогично $\angle MOF = 70°$, значит, $x + 2y = 70$.

Получим систему уравнений: $\begin{cases} 2x + y = 80, \\ x + 2y = 70. \end{cases}$

Складывая уравнения системы, имеем $3x + 3y = 150$, или $x + y = 50$. Следовательно, $\angle MON = 2x + 2y = 2(x + y) = 50 \cdot 2 = 100°$.

Ответ: $\angle MON = 100°$.

24. Пусть $\angle POS = x$, $\angle KOS = y$. Так как $\angle POK = 120°$, то получим $x + y = 120$. Кроме того, по условию задачи $\angle KOS + \angle POS = 4(\angle KOS - \angle POS)$, или $y + x = 4(y - x)$, или $5x = 3y$. Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x = 3y, \\ x + y = 120; \end{cases} \begin{cases} 5x = 3(120 - x), \\ y = 120 - x. \end{cases}$$

Решая первое уравнение, находим $8x = 360$, откуда $x = 45$, тогда $y = 120 - 45 = 75$.

Итак, $\angle POS = 45°$, $\angle KOS = 75°$.

Ответ: $\angle POS = 45°$, $\angle KOS = 75°$.

К таблице 3

8. Пусть $\angle POS = \angle SOT = x$, $\angle TOQ = \angle QOR = y$. Так как $\angle POR = 180°$, то $x + x + y + y = 180$, или $x + y = 90$. Значит, $\angle SOQ = x + y = 90°$.

Ответ: 90°.

11. $\angle MSK + \angle PSN = 180° - 90° = 90°$. Так как $\angle MSP = \angle NSK$ (по условию), то $\angle MSK = \angle PSN = 90° : 2 = 45°$, тогда $\angle MSP = \angle MSK + \angle KSP = 45° + 90° = 135°$.

Ответ: 135°.

Содержание

IX класс

ЕАС

0+

Учебное издание

Балаян Эдуард Николаевич

ГЕОМЕТРИЯ

Задачи на готовых чертежах для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ

7–9 классы

Ответственный редактор *С.Осташов*

Формат 70×100/16. Бумага типографская.
Тираж 10 000 экз. Заказ №

Издатель и Изготовитель: ООО «Феникс»
Юр. и факт. адрес: 344011, Россия, Ростовская обл.,
г. Ростов-на-Дону, ул. Варфоломеева, 150.
Тел./факс: (863) 261-89-50, 261-89-59.

Изготовлено в России. Дата изготовления: 10.2023.
Срок годности не ограничен

Отпечатано в ООО «Принт-М»
142300, Россия, Московская обл., г. Чехов, ул. Полиграфистов 1 /
Корпус Производственный Б, помещение 279, этаж 4.